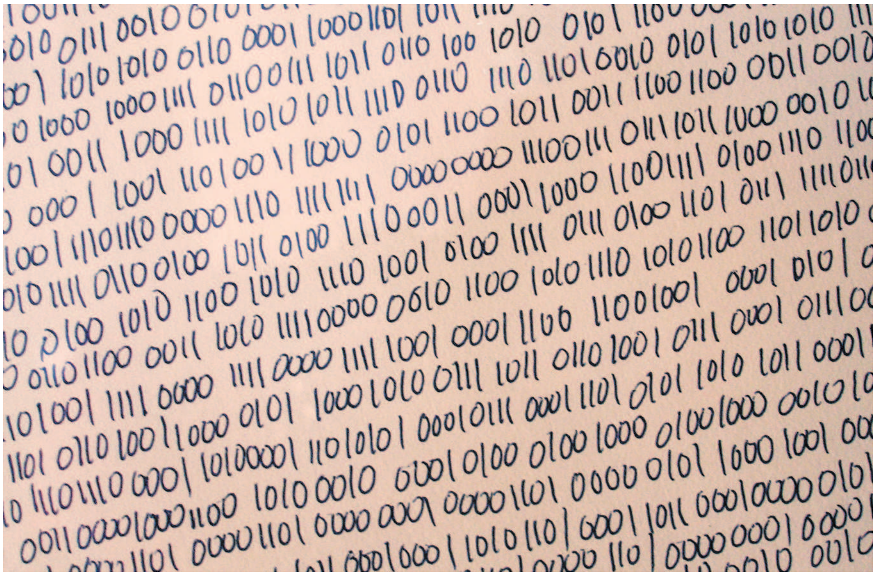
# Misli binarno!



Binarni sustav ne koristimo u svakodnevnom životu jer bi trebalo napisati puno znamenaka čak i za male brojeve. Broj 10 se piše kao 1010, a veći brojevi trebaju još više znamenaka (primjerice, 73 se piše kao 100 101). Ipak, u znanosti i tehnici binarni se sustav često koristi. A pomoću binarnih brojeva mogu se igrati zabavne igre i izvesti razni trikovi. Evo nekih.

## Zamisli broj

Uzmite komad papira i prepišite ovih pet stupaca brojeva:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |
| 3 | 3 | 5 | 9 | 17 |
| 5 | 6 | 6 | 10 | 18 |
| 7 | 7 | 7 | 11 | 19 |
| 9 | 10 | 12 | 12 | 20 |
| 11 | 11 | 13 | 13 | 21 |
| 13 | 14 | 14 | 14 | 22 |
| 15 | 15 | 15 | 15 | 23 |
| 17 | 18 | 20 | 24 | 24 |
| 19 | 19 | 21 | 25 | 25 |
| 21 | 22 | 22 | 26 | 26 |
| 23 | 23 | 23 | 27 | 27 |
| 25 | 26 | 28 | 28 | 28 |
| 27 | 27 | 29 | 29 | 29 |
| 29 | 30 | 30 | 30 | 30 |
| 31 | 31 | 31 | 31 | 31 |

Čini se da su brojevi raspoređeni bez nekog reda. Sad se možete zabaviti kao Filip i Marko.

Filip je zamolio Marka da zamisli neki broj između 1 i 31 i pokaže mu stupce u kojima se taj broj nalazi. Kad Marko odgovori da se broj pojavljuje u prvom i petom stupcu, Filip mu istog trena reče da je zamislio broj 17!

Marko je želio znati kako je Filipu uspjelo tako brzo doći do rješenja, pa je pažljivije proučio tablicu. I konačno je shvatio kako je složena!

U prvom vodoravnom retku tablice nalaze se potencije broja 2 (1, 2, 4, 8 i 16). To nije bilo teško otkriti, no drugi redak je već problem. Evo što je Marko otkrio. U tablici se nalaze svi brojevi između 1 i 31. Svi se oni mogu zapisati kao zbroj potencija broja 2. Na primjer, $23 = 16+4+2+1 = 2^4+2^2+2^1+2^0$, $15 = 8+4+2+1 = 2^3+2^2+2^1+2^0$, ili $18 = 16+2 = 2^4+2^1$. U prvom stupcu su svi oni brojevi koji u razvoju po potencijama od 2 sadrže član 1. Drugi stupac sadrži brojeve čiji razvoj po potencijama od 2 sadrži član 2, treći one koji u razvoju imaju 4, četvrti one koji imaju 8 i peti one koji imaju 16. Marko je zamislio broj 17 koji se može napisati kao $16+1$ pa se stoga pojavljuje u prvom i petom stupcu. Dakle, samo treba zbrojiti brojeve na vrhu tih stupaca.

Igra može biti još zanimljivija napišemo li stupce na odvojene trake papira. Zamolimo nekog da zamisli broj između 1 i 31 i da pokaže trake na kojima se broj nalazi. Onda mu te trake damo, zadržavajući one na kojima se broj ne pojavljuje. Zbrojimo li brojeve s vrha tih stupaca, trebamo još samo taj zbroj oduzeti od 31. Na primjer, zamisli li osoba broj 25 koji se nalazi u stupcima 1, 4 i 5, u ruci nam ostanu drugi i treći stupac. Zbrojimo brojeve na vrhu i oduzmemo zbroj od 31: $2+4=6$, $31-6=25$.

## Dvije strane novčića

Filip izađe iz prostorije, a Marija zamoli Marka da zamisli broj između 1 i 31 i kaže joj koji broj je zamislio. Marija zatim na stol postavi nekoliko novčića. Pozovu Filipa natrag, on pogleda novčiće i odmah pogodi zamišljeni broj.

Marko se sad već navikao misliti u binarnim brojevima pa je nakon nekoliko pokušaja otkrio u čemu je trik. Sjetio se da se u binarnom sustavu koriste samo dvije znamenke, 0 i 1. Novčići imaju dvije strane, pismo i glavu, a Filip i Marija su se morali dogovoriti da glava predstavlja 0, a pismo 1. Kako je Marko zamislio 13, $13=1\cdot2^3+1\cdot2^2+0\cdot2^1+1\cdot2^0$, Marija je na stol stavila četiri novčića, okrenuta ovim redom: pismo, pismo, glava, pismo.

Trik će biti gotovo nemoguće otkriti ako se na stol slažu novčići različitih vrijednosti, ili ako ih se ne slaže u jedan red. Naravno, oni koji ne znaju za binarni sustav, nikad neće otkriti rješenje.

## Teško vam ide množenje?

Muči vas množenje? Evo načina množenja za koji je potrebno samo množiti s 2, dijeliti s 2 i zbrajati. Evo kako! Pomnožimo 27 i 38. Zapišemo ta dva broja na vrhu dvaju stupaca. Jedan stupac množimo s dva a drugi dijelimo s 2. Dobijemo li pri dijeljenju neparan broj, zanemarimo ostatak, koji je, naravno, 1. Provodimo množenje i dijeljenje sve dok u desnom stupcu ne dobijemo 1. Dobivamo sljedeću tablicu:

$$
\begin{array}{rr}
\cancel{27} & 38 \\
54 & 19 \\
108 & 9 \\
\cancel{216} & 4 \\
\cancel{432} & 2 \\
+\ 864 & 1 \\
\hline
1026 &
\end{array}
$$

U lijevom stupcu prekrižili smo brojeve koji stoje nasuprot parnim brojevima s desne strane. Zatim smo zbrojili preostale brojeve u lijevom stupcu i dobili rezultat: $27\cdot38=1026$.

Pokušajmo još jednom, u malo duljem primjeru:

$$
\begin{array}{rr}
47 & 89 \\
\cancel{94} & 44 \\
\cancel{188} & 22 \\
376 & 11 \\
752 & 5 \\
\cancel{1054} & 2 \\
+\ 3008 & 1 \\
\hline
4183 &
\end{array}
$$

$$47\cdot89=4183.$$

Na prvi pogled se čitava stvar čini jako tajnovitom, ali postaje jasnija uz pomoć binarnog sustava. Zapišimo 38 u binarnom sustavu: $38=32+4+2=1\cdot2^5+0\cdot2^4+0\cdot2^2+1\cdot2+0$. Dobivamo 100 110. Sada imamo:

| Prvi stupac | Drugi stupac |
|---|---|
| $27=27$ | $38:2=19$ i ostatak 0; |
| $2\cdot27=54$ | $19:2=9$ i ostatak 1; |
| $2^2\cdot27=108$ | $9:2=4$ i ostatak 1; |
| $2^3\cdot27=216$ | $4:2=2$ i ostatak 0; |
| $2^4\cdot27=432$ | $2:2=1$ i ostatak 0; |
| $2^5\cdot27=864$ | $1:2=0$ i ostatak 1. |

Čitamo li ostatke iz drugog stupca odozdo prema gore, dobivamo 38 u binarnom obliku: 100 110.

Kad je u drugom stupcu ostatak nula, u binarnom zapisu imamo nulu, a množenje broja s nulom poništava taj broj, pa zbog toga u prvom stupcu možemo jednostavno prekrižiti brojeve koji su nasuprot nuli. U našem primjeru, množili smo broj 27 i broj $2^5+2^2+2$, što je točno 38.

*Iz knjige C. Lukács, E. Tarján: "Matematičke igre", Element, Zagreb*