

Konceptualne mape u ocjenjivanju matematičkog znanja

Ivan Mrkonjić, Marija Juričić Devčić, Učiteljski fakultet Zagreb
Velimir Topolovec, Odjel za informatiku, Sveučilište u Rijeci

U posljednje se vrijeme vrlo često susrećemo sa stručnim i znanstvenim radovima koji ispituju mogućnosti primjene konceptualnih mapa u ocjenjivanju znanja, posebno matematičkog. S obzirom na to da se kod nas ovakav pristup ocjenjivanju ne primjenjuje, smatramo da bi trebalo potaknuti nastavnike i inovirati proces nastave matematike s ovim postupcima. U radu se opisuju konceptualne mape i njihova primjena u ocjenjivanju matematičkog znanja.

1. Konceptualne i mentalne mape

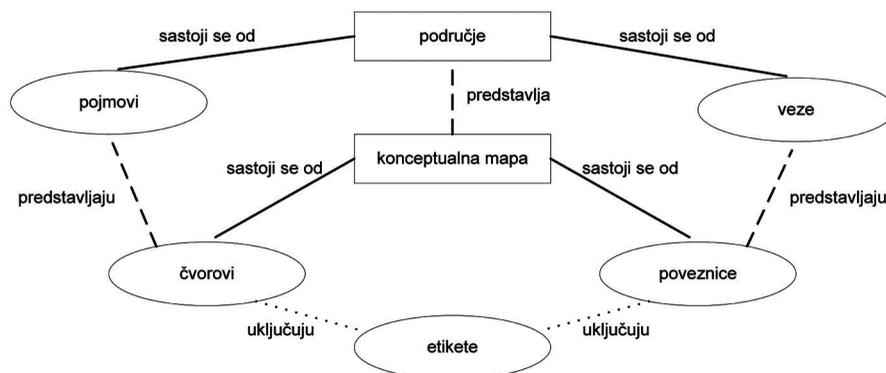
Konceptualne mape (engl. *concept maps*) su grafički alati za organizaciju i prezentiranje znanja. One uključuju **pojmove** (obično uokvirene) i **veze** između pojmova koje su prikazane **crtama**. Riječi na crti, tzv. *povezujuće riječi ili povezujuće fraze*, određuju vezu između dva pojma.

Pojam definiramo kao osjetnu pravilnost u događajima i stvarima ili kao evidenciju događaja ili stvari, imenovane etiketom. Etiketa za većinu pojmova

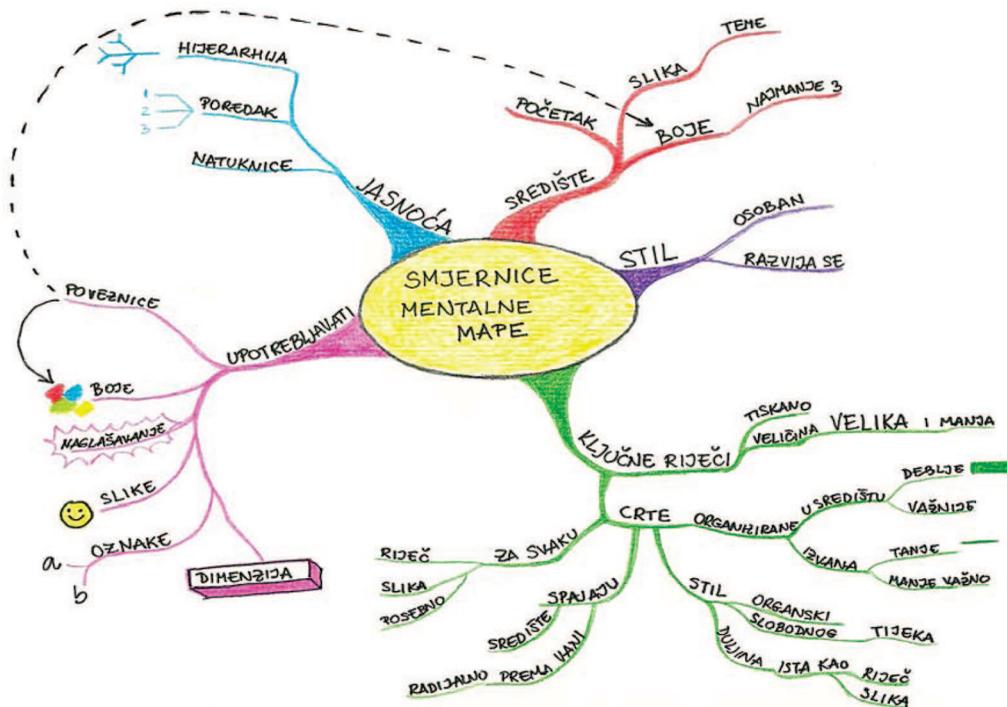
jest riječ, iako se ponekad koristimo simbolima kao što su + ili %, a ponekad rabimo i više od jedne riječi.

Propozicije sadržavaju dva ili više pojmova povezanih *povezujućom riječi ili frazom*, tako da oblikuju suvislu tvrdnju.

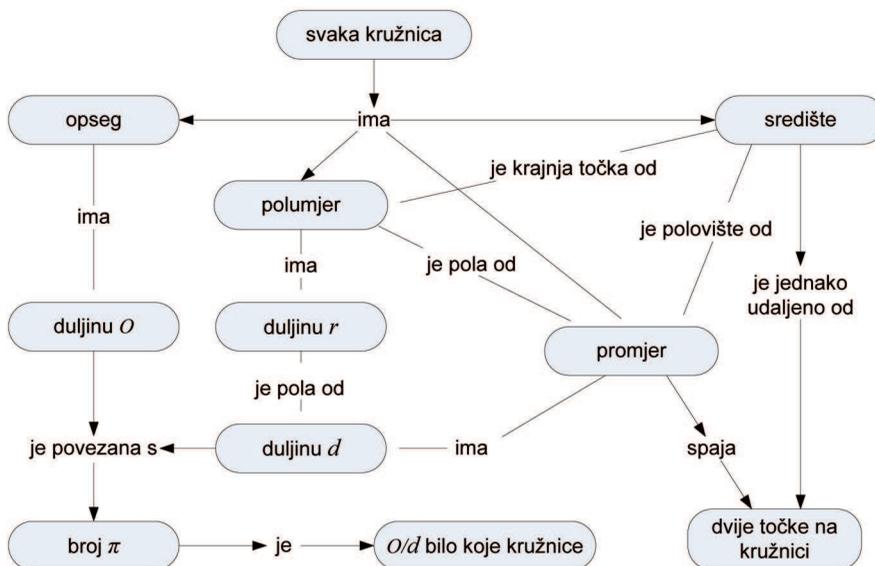
Poveznice koje se križaju (engl. *crosslinks*) važna su karakteristika konceptualnih mapa. To su veze između pojmova jednog segmenta ili domene s drugim segmentima ili domenama konceptualnih mapa. One pomažu da shvatimo kako su pojmovi predstavljeni na mapi u jednoj domeni znanja povezani s pojmovima u drugoj domeni.



Slika 1. Jednostavna konceptualna mapa konceptualne mape

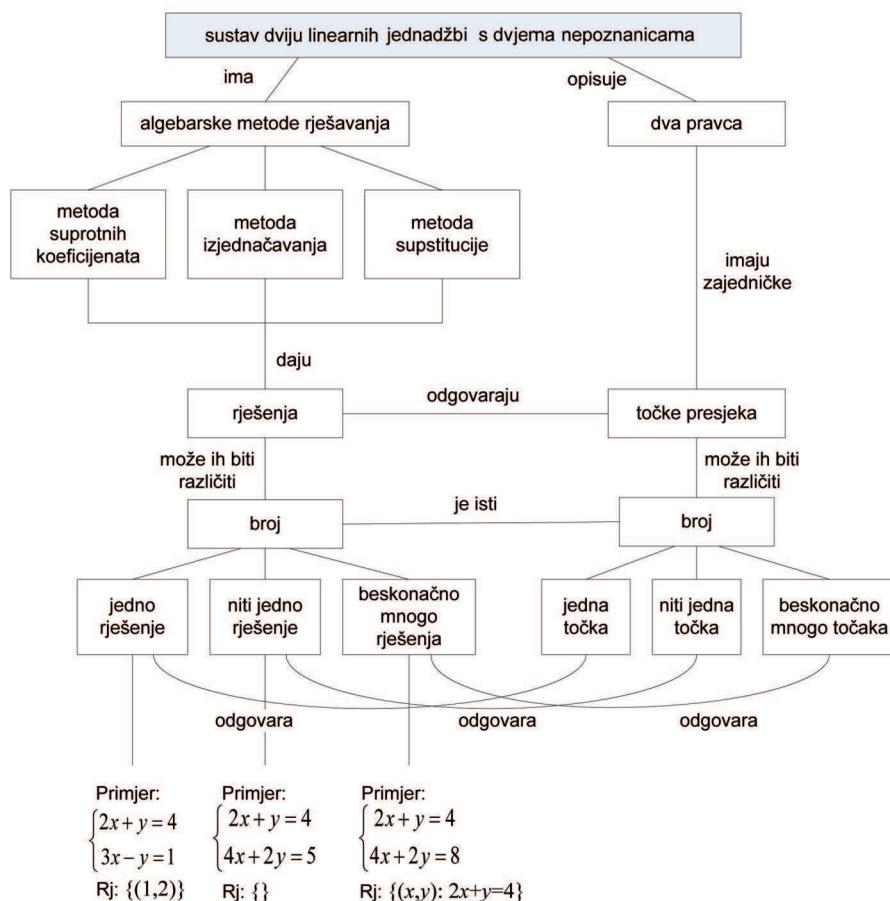


Slika 2. Mentalna mapa mentalne mape



Slika 3. Konceptualna mapa kružnice

Izvor: Caldwell, W. H., Al-Rubae, F., Caldwell, L. F., Campese, M. (2006.), *Developing a Concept Mapping approach to mathematics achievement, Concept Maps: Theory, Methodology, Technology, Proc. of the Second Int. Conference on Concept Mapping San José, Costa Rica, 2006.*, A. J. Cañas, J. D. Novak, Eds.



Slika 4. Konceptualna mapa sustava linearnih jednadžbi

U stvaranju novog znanja, poveznice koje se križaju često predstavljaju *kreativne skokove* u ulozi proizvođača znanja.

Važna karakteristika konceptualnih mapa jest u tome da su pojmovi predstavljeni *hijerarhijski* s najviše uključenim i najviše općim pojmovima na vrhu mape i sa specifičnijim, manje općim pojmovima hijerarhijski niže.

Hijerarhijska struktura za određeno područje znanja također ovisi o sadržaju u kojem se to znanje upotrebljava ili se uzima u obzir. Stoga bi najbolje bilo konstruirati konceptualnu mapu s naglaskom na neka određena pitanja na koja želimo odgovoriti.

Ta pitanja zovemo **fokusna pitanja**.

Mentalne mape (engl. *mind maps*) ili **umne mape** vrsta su konceptualnih mapa sa sljedećim karakteristikama:

1. glavni pojam, ideja ili fokus prikazan je u središtu slike;
2. glavne teme izlaze i granaju se kao ogranci iz središta;
3. ogranci sadrže ključnu sliku ili ključnu riječ koja je napisana na pridruženoj liniji;
4. manje važne teme reprezentiraju se kao izdanci važnijih grana;
5. grane oblikuju povezanu strukturu stabla.

Na slikama 1–6 prikazane su najprije ilustracije definicija konceptualnih mapa i mentalnih mapa, a zatim primjeri iz matematike i to za *kružnicu*, *sustav linearnih jednadžbi*, *paralelogram* i *Pitagorin poučak*.

2. Uporaba konceptualnih mapa

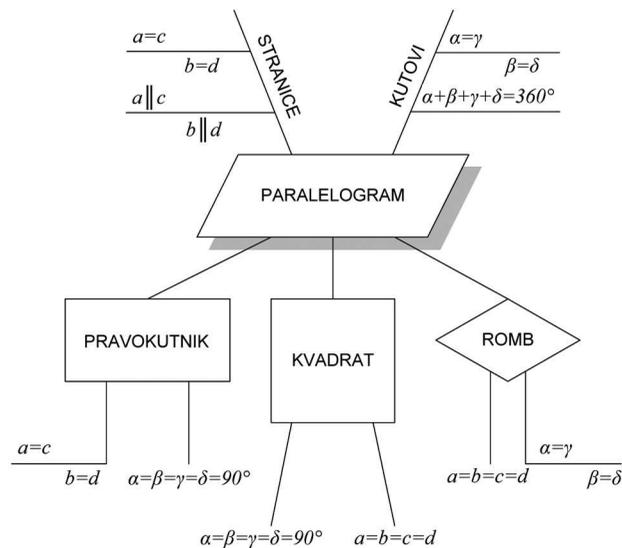
Konceptualne mape samo su vrsta vizualizacije, odnosno grafičke reprezentacije u nekom području znanja. Vizualizacijom podataka, informacija i znanja kao načinom reprezentacije služi se kako za kreiranje, tako i za transfer, komunikaciju i korištenje znanjem i ona je veoma važna u području obrazovanja (Min C. i dr. (2007.), *Data, Information and Knowledge in Visualization*). Postoje brojni tipovi različitih grafičkih i drugih prikaza kao i strogih formalnih metoda i jezika za reprezentaciju znanja. U svom radu Eppler, M. J. (2007.), navodi više različitih prikaza (vidi sliku 7) i vrši njihovu taksonomiju.

3. Kvaliteta učenja i konceptualne mape

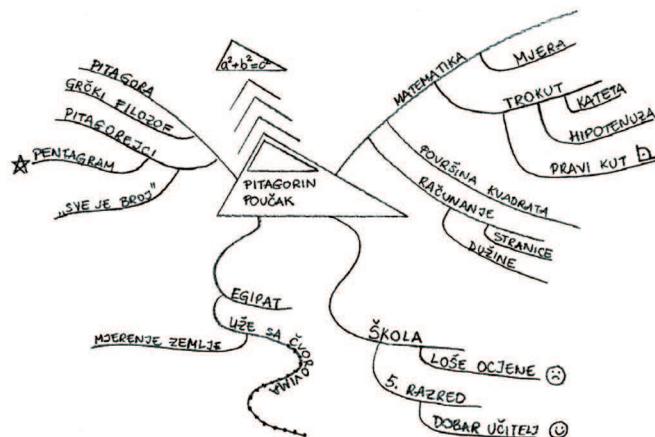
Za mjerenje kvalitete učenja često se služimo različitim modelima. Hay (2007.) se koristi konceptualnim mapama da komparira strukture znanja *prije* i *poslije* učenja (slika 8). Na temelju stanja prethodnog i novostečenog znanja mjeri se kvaliteta učenja. Ovdje se također navode metode i različite strukture kojima se opisuju prethodno znanje i učenje. Konceptualne strukture prikazane su na slici 8 *prije* i *poslije* učenja. Pojmovi su prikazani kao krugovi, a veze kao crte.

Ne-učenje (na vrhu slike) sastoji se od jednostavnog ponavljanja prijašnjeg znanja i predstavlja samo staro znanje bez promjena.

Površinsko učenje (u sredini slike) sastoji se od dodavanja ili brisanja pojmova bez ikakve integracije s drugim dijelovima prethodne strukture znanja.



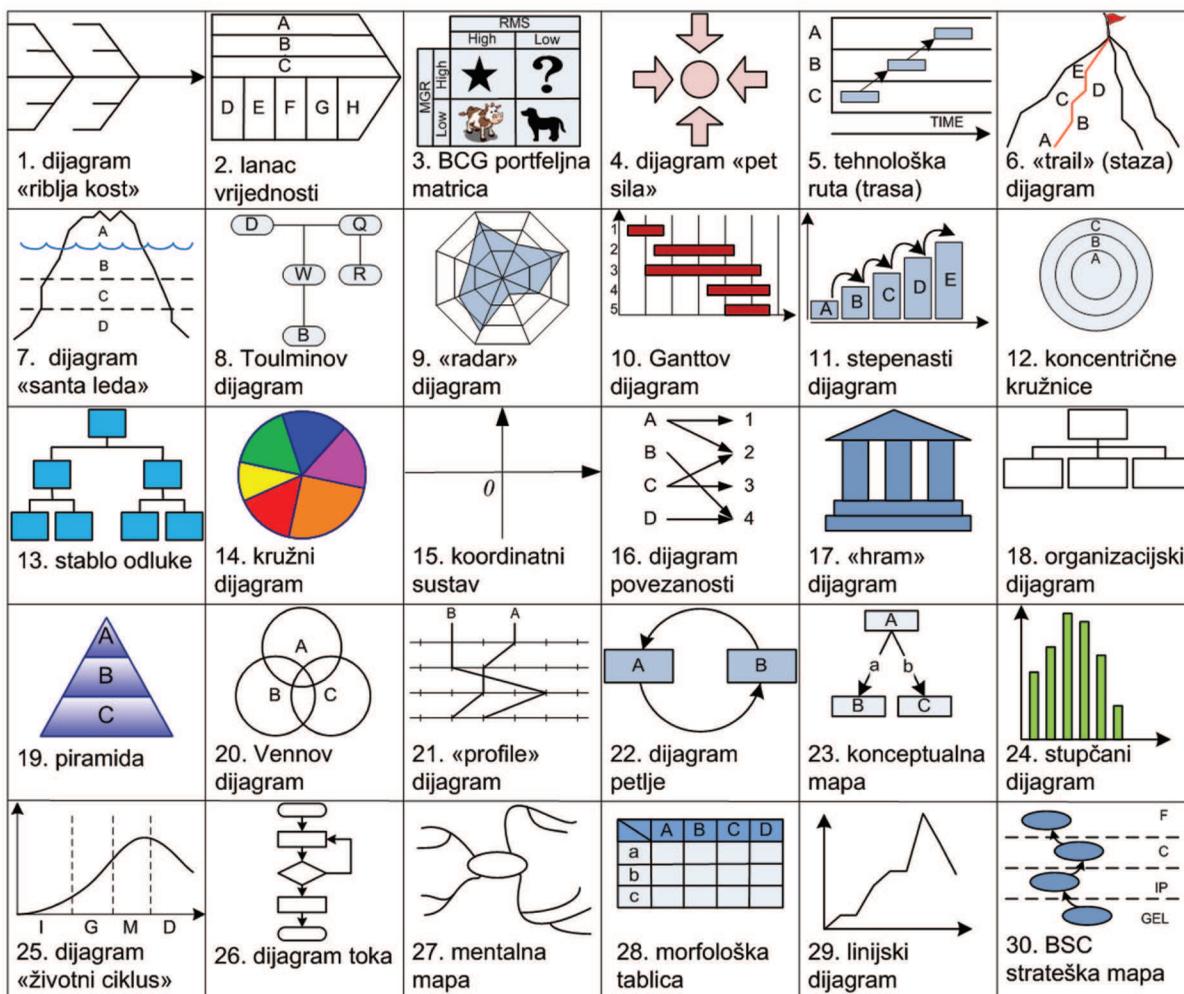
Slika 5. Mentalna mapa paralelograma



Slika 6. Mentalna mapa Pitagorina poučka

Izvor za slike 4, 5 i 6: Brinkmann, A. (2003.), *Graphical Knowledge Display – Mind Mapping and Concept Mapping as Efficient Tools in Mathematics Education*, *Mathematics Education Review*, The Journal of Association of Mathematics Education Teachers, Number 16, April 2003, pp. 39–48.

Dubinsko učenje (na dnu slike) sastoji se od integracije prethodnog znanja i novog znanja na način koji znatno povećava razumijevanje sadržaja.



Slika 7. Selekcija više različitih grafičkih prikaza

Izvor: Eppler M. J., Platts K. (2007.), *An Empirical Classification of Visual Methods for Management: Results of Picture Sorting Experiments with Managers and Students*. IV'07:335-341

4. Konceptualne mape u ocjenjivanju znanja

Konceptualne mape kao sredstvo za ocjenjivanje znanja mogu se definirati kao skup procedura kojima se koristi za mjerenje važnih aspekata strukture/organizacije deklarativnog znanja učenika. Riječ "ocjenjivanje" označuje vjerovanje o individualnom dostignuću pojedinca u integraciji nekoliko različitih

dijelova informacija u nekom području znanja. Pri tom je ocjenjivanje putem konceptualnih mapa samo jedan od tih dijelova (vidi Cronbach, 1990). Na slici 9 prikazane su **komponente ocjenjivanja** (*zadatak za ocjenjivanje, odgovor učenika i sustav vrednovanja, odnosno bodovanja odgovora*), kao i njihova povezanost.

Ocjenjivanje putem konceptualnih mapa može imati različite **stupnjeve direktnosti** tj. stupnjeve zadanosti pojedinih komponenata konceptualne mape

(pojmovna, veza, povezivajućih fraza i strukture). Naime, **najmanjom zadanošću** smatra se ona kod koje je učenik potpuno slobodan da kreira konceptualnu mapu na zadanu temu, a **najveća zadanoost** ona kod koje je zadan i *skup pojmova i skup veza i struktura mape*, a učenik treba samo popuniti (staviti) te elemente na prava mjesta u mapi. Ostale varijante nalaze se na tom kontinuumu između najmanje i najveće vrijednosti (vidi sliku 10).

5. Konceptualne mape u ocjenjivanju matematičkog znanja

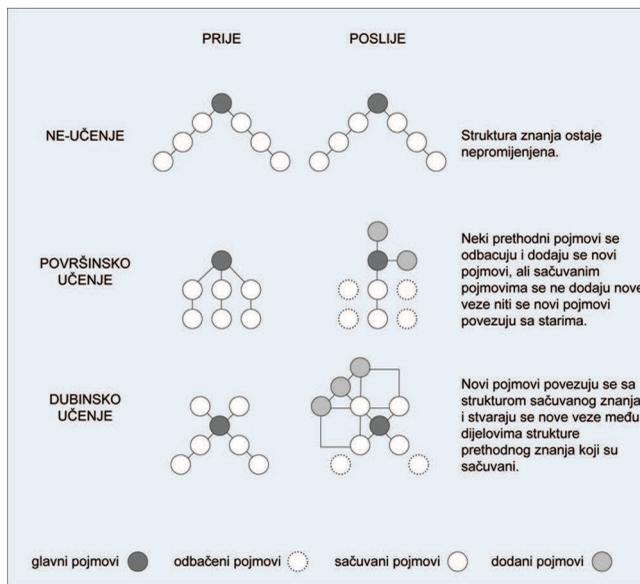
Brojni su primjeri primjene konceptualnih mapa u matematičkom obrazovanju, a posebno u ocjenjivanju matematičkog znanja. Autorica Karoline Afamasaga-Fuata'i, (2009.) u svojoj knjizi *Concept Mapping in Mathematics: Research into Practice*, prikazuje brojne teme za osnovnu i srednju školu i daje smjernice za budući razvoj.

U tablici 1 navode se rezultati ankete: "Kako studenti – budući učitelji vide korist konceptualnih mapa kod formativnog ocjenjivanja", u predmetu Deskriptivna statistika.

Svu složenost načina ispitivanja putem konceptualnih mapa autor Ruiz-Primo, M. A. (2004). pokušao je obuhvatiti u jednom "okviru" (engl. *framework*) koji povezuje sve naprijed navedene elemente (slika 11).

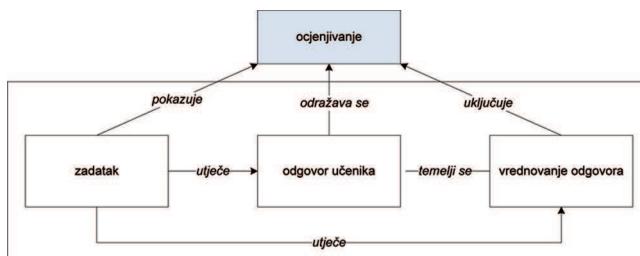
6. Zaključak

Zahtjevi za novim pristupima učenju i obrazovanju učitelja matematike postaju izazovnijii. Sve se više naglašavaju različiti pristupi za reprezentaciju i transfer znanja, a zatim i za ocjenjivanje i evaluaciju *u procesima učenja i nastave matematike*. Konceptualne mape i mentalne mape daju dobru osnovu za svrhovito i trajno učenje kako učitelja tako i učenika radi poboljšanja znanja, vještina i sposobnosti. Pri sustavnoj primjeni konceptualnih mapa mogu se ne samo razviti kognitivne kompetencije pojedinaca nego i metakognitivne kompetencije, tj. mišljenje o svom mišljenju te biti svjestan svog procesa učenja i testirati stupanj svog znanja.



Slika 8. Kvaliteta učenja

Izvor: Hay, D. B. (2007.). *Using concept maps to measure deep, surface and non-learning outcomes*, Studies in Higher Education, 32, 1, 39–57.



Slika 9. Komponente ocjenjivanja i njihova povezanost



Slika 10. Stupnjevi zadanosti

Opazanja	1	2	3	4
1. Uporaba konceptualnih mapa pomogla mi je u razumijevanju ključnih pojmova predmeta.	2.4	9.0	33.7	54.8
2. Uporaba konceptualnih mapa pomogla mi je da unaprijedim učenje sadržaja kolegija.	2.4	7.8	48.8	41.0
3. Uporaba konceptualnih mapa povećala mi je motivaciju tijekom učenja sadržaja kolegija.	3.6	7.8	47.6	41.0
4. Uporaba konceptualnih mapa povećala je moju aktivnost tijekom nastave.	0.6	2.4	30.7	66.3
5. Uporaba konceptualnih mapa pomogla mi je da prenesem svoje znanje drugima.	0	4.8	54.8	40.4
6. Uporaba konceptualnih mapa potakla me je da razmišljam neovisno.	0	5.4	55.4	39.2
7. Uporaba konceptualnih mapa pomogla mi je učiti u suradnji s mojim kolegama.	0.6	10.8	84.9	3.6
8. Uočavanje veza među pojmovima u konceptualnim mapama mi je potaknulo razmišljanje.	0	1.2	59.6	39.2
9. Uporaba konceptualnih mapa razjasnila mi je odnose unutar sadržaja kolegija.	1.2	6.6	48.2	44.0
10. Uporaba konceptualnih mapa pomogla mi je uvidjeti nedostatke u učenju sadržaja kolegija.	0	5.4	36.1	58.4
11. Vizualizacija učenja pomoću konceptualnih mapa umanjila je nejasnoće kod pojmova koje je usmeno objasnio nastavnik.	1.2	7.8	69.3	21.7
12. Uporaba konceptualnih mapa pomogla mi je da bolje razumijem svoje procese učenja.	2.4	6.6	33.7	57.2

Napomena: 1= nimalo, 2= vrlo malo, 3= donekle, 4= u velikoj mjeri

Tablica 1. Kako studenti – budući učitelji vide korist konceptualnih mapa kod formativnog ocjenjivanja

Izvor: Buldu M., Buldu N. (2010.), *Concept mapping as a formative assessment in college classrooms: Measuring usefulness and student satisfaction* Procedia Social and Behavioral Sciences 2 2099–2104.

komponente zadatka		komponente konceptualne mape							
		pojmovi		poveznice		povezujuće fraze		struktura	
odgovor koji se traži	zadatak	što je zadano		nije zadano		nije zadano		nije zadano	
	izradi mapu	nije zadano	zadano	nije zadano	zadano	nije zadano	zadano	nije zadano	zadano
↑	u kojoj mjeri je zadano		malo		malo		malo		djelomično
	↓		sve		sve		sve		u potpunosti
↑	u kojoj mjeri je značajno ono što je zadano	ključni pojmovi		vrlo značajno		dubinske fraze		vrlo značajna	
	↓	povezani, ali ne povezani, ali ne povezani, ali ne povezani, ali ne		nimalo značajno		površinske fraze		povezana, ali ne značajna	
↓	što se traži	nekoliko zadani	ključni	nekoliko crta	najznačajnije crte	nekoliko zadane dubinske			slobodna struktura
	↑	svi	odabrani	svi	odabrani	svi	odabrane		zadana struktura
↑	ispuni mapu	sustav vrednovanja							
		bez uporabe	s uporabom	bez uporabe	s uporabom	bez uporabe	s uporabom	bez uporabe	s uporabom
↑	↓	točnost relevantnosti kvantiteta	točnost relevantnosti kvantiteta sličnost	točnost relevantnosti kvantiteta	točnost relevantnosti kvantiteta sličnost	točnost kvaliteta kvantiteta	točnost kvaliteta kvantiteta sličnost	složenost vrsta	složenost vrsta sličnost

Slika 11. Okvir za ocjenjivanje putem konceptualnih mapa

Izvor za slike 9, 10 i 11: Ruiz-Primo, M. A. (2004). *Examining concept maps as an assessment tool*. In A. J. Cañas, J. D. Novak, & F. M. González (Eds.), *Concept maps: Theory, methodology, technology* (pp. 555–562). Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping, Pamplona, Spain: Dirección de Publicaciones de la Universidad Pública de Navarra.

Adrese

- [1] CARNET http://elacd.carnet.hr/index.php/Course_Design_2009-2010/KONCEPTUALNE_MAPE
- [2] IHMC ConceptMapsTools <http://cmap.ihmc.us/conceptmap.html>
- [3] EDUTECHWIKI http://edutechwiki.unige.ch/en/Concept_map
- [4] PSYCHOLOGY WIKI http://psychology.wikia.com/index.php?title=Concept_map
- [5] WIKIT 1 http://www.informationtamers.com/WikIT/index.php?title=Mind_maps
- [6] WIKIT 2 http://www.informationtamers.com/WikIT/index.php?title=Concept_maps_or_mind_maps%3Fthe_choice
- [7] WIKI http://en.wikipedia.org/wiki/Concept_mapping
- [8] CAST http://www.cast.org/publications/ncac/ncac_goundl.html
- [9] GRAPHIC ORGANIZER <http://www.graphic.org/index.html>
- [10] IQ MATRIX <http://iqmatrix.com/>
- [11] KMWIKI <http://kmwiki.wikispaces.com/>

Literatura

- [1] Afamasaga-Fuata'i, K. (2009.), *Concept Mapping in Mathematics: Research into Practice*, Springer.
- [2] Berionni, A. & Baldoni M. O. (2004.), *The Words of Science: The Construction of Science Knowledge using Concept Maps in Italian Primary School*, Proc. of the First Int. Conference on Concept Mapping, A. J. Cañas, J. D. Novak, F. M. González, Eds. Pamplona, Spain.
- [3] Brinkmann, A. (2003.) *Graphical Knowledge Display – Mind Mapping and Concept Mapping as Efficient Tools in Mathematics Education*, Mathematics Education Review No 16., Apr.
- [4] Buldu, M., Buldu N. (2010.), *Concept mapping as a formative assessment in college classrooms: Measuring usefulness and student satisfaction*, Procedia Social and Behavioral Sciences 2, 2099–2104.
- [5] Cañas, A. J., Hill, G., & Lott, J. (2003.), *Support for constructing knowledge models in Cmap-Tools* (Technical Report No. IHMC CmapTools 2003-02). Pensacola, FL: Institute for Human and Machine Cognition.
- [6] Cakmak, M. (2010.), *An examination of concept maps created by prospective teachers on teacher roles*, Procedia Social and Behavioral Sciences 2.
- [7] Cassata-Widera, A. (2009.), *Concept mapping with young children: From representation to metacognition*, Saarbrücken, Germany: VDM Verlag.
- [8] Cronbach, L. J. (1990.), *Essentials of psychological testing* (Fifth ed.), New York: Harper & Row Publishers.
- [9] Min, C. et al. (2007.), *Data, Information and Knowledge in Visualization*.
- [10] Eppler M. J., Platts K. (2007.), *An Empirical Classification of Visual Methods for Management: Results of Picture Sorting Experiments with Managers and Students*, IV'07: 335–341.
- [11] Eppler, M. J. (2006.), *Toward a Pragmatic Taxonomy of Knowledge Maps: Classification Principles, Sample Typologies, and Application Examples*, Proceedings of the Information Visualization: 195–204.
- [12] Folkes, C. R., Quintas P, Demaid A. (2004.), *Knowledge Mapping: Map Types, Contexts and Uses*, KM-SUE, The Open University, Milton Keynes.
- [13] Freeman, L. A., & Jessup, L. M. (2004.), *The power and benefits of concept mapping: Measuring use, usefulness, ease of use, and satisfaction*, International Journal of Science Education, 26(2), 151–169.
- [14] Gollub, J. P., Bertenthal, M. W., Labov, J. B. and Curtis, P. C., Editors (2002.), *Learning and Understanding: Improving Advanced Study of Mathematics and Science in U.S. High Schools*, National Academies Press.
- [15] González (Eds.) (2004.), *Concept maps: Theory, methodology, technology*, Proceedings of the first international conference on concept mapping (Vol. I, pp. 109–116).
- [16] Hasemann, K. and Mansfield, H. (1995.), *Concept Mapping in Research on Mathematical Knowledge Development: Background, Methods, Findings and Conclusions*, Educational Studies in Mathematics, July 1995, V. 29(1), pp. 45–72.
- [17] Hay, D. B. (2007.), *Using concept maps to measure deep, surface and non-learning outcomes*, Studies in Higher Education, 32, 1, 39–57.
- [18] Hay, D. B. & Kinchin, I. M. (2006.), *Using concept maps to reveal conceptual typologies*, Education and Training, 48, 79–83.
- [19] Hay, D. B., Kinchin, I. M. & Lygo-Baker, S. (2008.), *Making learning visible: the role of concept mapping in higher education*, Studies in Higher Education, 33, 3.
- [20] Huerta, M. P (2006.), *La evaluación de Mapas Conceptuales Multi-dimensionales de matemáticas: Aspectos Metodológicos*, In A. J. Cañas & J. D. Novak (Eds.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology. Proceedings of the Second International Conference on Concept Mapping*, San José, Costa Rica: Universidad de Costa Rica, pp. 319–326.
- [21] Keppens, J. & Hay, D. B. (2008.), *Concept map assessment for teaching computer programming*, Computer Science Education, 18 (1), 31–42.
- [22] Novak, J. D. and Gowin, D. B. (1984.), *Learning How to Learn*, New York: Cambridge University Press.
- [23] Novak, J. D. & A. J. Cañas (2008.), *The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct Them*, Technical Report IHMC Cmap-Tools 2006-01 Rev 01-2008, Florida Institute for Human and Machine Cognition, 2008, available at: <http://cmap.ihmc.us/Publications/ResearchPapers/TheoryUnderlyingConceptMaps.pdf>.
- [24] Ruiz-Primo, M. A. & Shavelson, R. J. (1996.), *Problems and issues in the use of concept maps in science assessment*, Journal of Research in Science Teaching, 33 (6), 569–600.
- [25] Ruiz-Primo, M. A., Schultz, E. S., & Shavelson, R. J. (1996, April), *Concept map-based assessments in science: An exploratory study*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New York, NY.
- [26] Ruiz-Primo, M. A., Schultz, E. S., & Shavelson, R. J. (1997, March), *On the validity of concept map-based assessment interpretations: An experiment testing the assumption of hierarchical concept maps in science*, Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL.
- [27] Ruiz-Primo, M. A., Schultz, S. E., Li, M., & Shavelson, R. J. (2001.), *Comparison of the reliability and validity of scores from two concept-mapping techniques*, Journal of Research in Science Teaching, 38 (2), 260–278.
- [28] Ruiz-Primo, M. A. (2004.), *Examining concept maps as an assessment tool*, In A. J. Cañas, J. D. Novak, & F. M. González (Eds.), *Concept maps: Theory, methodology, technology*, (pp. 555–562). Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping, Pamplona, Spain: Dirección de Publicaciones de la Universidad Pública de Navarra.
- [29] Ruiz-Primo, M. A., Shavelson, R. J., Li, M., & Schultz, S. E. (2001.), *On the validity of cognitive interpretations of scores from alternative concept-mapping techniques*, Educational Assessment, 7 (2), 99–141.
- [30] Shavelson, R. J., & Ruiz-Primo, M. A. (1999.), *Leistungsbewertung im naturwissenschaftlichen Unterricht (On the assessment of science achievement)*, Unterrichtswissenschaft. Zeitschrift für Lernforschung, 27 (2), 102–127.
- [31] Shavelson, R. J., & Ruiz-Primo, M. A., (2000.), *On the psychometrics of assessing science understanding*, In J. Mintzes, J. Wandersee, J. Novak (Eds). *Assessing science understanding* (pp. 303–341). San Diego: Academic Press.
- [32] Tseng, S. S., Sue, P. C., Su, J. M., Weng, J. F., Tsai, W. N., (2007.), *A new approach for constructing the concept map*, Computers & Education 49 (3): 691–707.
- [33] Tergan, S. O., Keller, T. (2005.), *Knowledge and Information Visualization*, LNCS 3426, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, pp. 1–23.