

Imate ideju?!

Mladen Halapa, Bjelovar



Često puta dogodi se da i u naoko prosječnom učeniku zaiskri po koja originalna zamisao pri rješavanju problema. *Imate li još kakvu ideju? Može li se zadatak riješiti i na drugi način? Kako pronaći efektivnije i jednostavnije rješenje* — samo su neka od pitanja koja učenike motiviraju da rješavanjem i standardnih zadataka pokušaju biti novi, zanimljivi. Naravno, nije potrebno previše inzistirati na tome. Može to biti i domaći uradak koji ćemo kratko prokomentirati na nekom od sljedećih sati matematike. Ilustracije radi, evo nekoliko inačica rješenja jednog običnog zadatka iz teme Rastavljanje polinoma u I. razredu srednje škole.

Zadatak. Rastavite na faktore polinom II. stupnja:

$$x^2 - 3x + 2.$$

Odgovor. Ideja je: od tročlana izraza prijeći na četveročlani pa rastavljanje provesti na već poznati način.

1. inačica rješenja

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 2 &= 3x^2 - 2x^2 - 3x + 2 \\&= 3x(x - 1) - 2(x^2 - 1) \\&= (x - 1) \cdot [3x - 2(x + 1)] \\&= (x - 1) \cdot (x - 2).\end{aligned}$$

2. inačica rješenja

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 2 &= x^2 - x - 2x + 2 \\&= x(x - 1) - 2(x - 1) \\&= (x - 1) \cdot (x - 2).\end{aligned}$$

3. inačica rješenja

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 2 &= x^2 - 3x + 3 - 1 \\&= x^2 - 1 - 3(x - 1) \\&= (x - 1) \cdot (x + 1 - 3) \\&= (x - 1) \cdot (x - 2).\end{aligned}$$

4. inačica rješenja

Zapisat ćemo

$$x^2 - 3x + 2 = (x + a) \cdot (x + b).$$

Odatle slijedi

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 + (a + b)x + ab.$$

I sada tražimo takva dva broja a i b za koje je $a + b = -3$, $a \cdot b = 2$. Vrlo brzo ćemo naći $a = -1$, $b = -2$ (ili obratno).

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1) \cdot (x - 2).$$

Ipak je kao postupak najprihvatljivija:

5. inačica rješenja

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 2 &= x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2 \\&= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 2 \\&= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \\&= \left(x - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right) \\&= (x - 1) \cdot (x - 2).\end{aligned}$$

A može i ovako:

6. inačica rješenja

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 2 &= (x - x_1) \cdot (x - x_2) \\ \text{Riješit ćemo kvadratnu jednadžbu i dobiti} \\ x_1 = 1, x_2 = 2 \text{ te je} \\ x^2 - 3x + 2 &= (x - 1) \cdot (x - 2).\end{aligned}$$

* * *

PISMENI ISPIT IZ MATEMATIKE NA MATURI U I. GIMNAZIJI U ZAGREBU

15. lipnja 1971.

1. Pozitivno rješenje jednadžbe $\log \sqrt{x-1} + \log \sqrt{x + \frac{2}{3}} = 1.5 - \log 2$ i veće rješenje sistema jednadžbi

$$a^{4x} \cdot a^{2y-3} = a^{13} \quad a^{2y} : a^{3x+4} = a^{-23}$$

su uzdužna i poprečna dijagonala deltoida kojem je kut što ga zatvaraju manje stranice jednak 65° .

Odredite oplošje i volumen tijela koje nastaje kada deltoid rotira oko pravca koji prolazi vrhom deltoida paralelno s duljom dijagonalom.

2. Broj članova aritmetičkog niza čiji su krajnji članovi jednaki ekstremnim vrijednostima funkcije $f(x) = \frac{3x^2 + 10x + 3}{3x^2 + 2x + 3}$ a zbroj članova niza iznosi $\int_0^3 (2x + 3) dx$, jest površina trapeza kojemu je visina $v = 5$, krak $b = 7$ i kut $\alpha = 68^\circ 34' 20''$. Odredite opseg tog trapeza.

3. Tjeme je hiperbole fokus parabole. Hiperbola prolazi točkom $M(4\sqrt{3}, \sqrt{7})$, a pravac $x - y\sqrt{7} + 42 = 0$ je tangenta parabole.

Odredite:

- jednadžbu centralne kružnice koja prolazi fokusom hiperbole;
- jednadžbe hiperbole i parabole;
- površinu kružnog isječka što ga na tom krugu zatvaraju asimptote hiperbole.