

Treća dimenzija *GeoGebra*



Niko Grgić, Višnjevac

Broj korisnika *GeoGebra* se i kod nas i u svijetu stalno povećava. Nikakvo čudo, jer se *GeoGebra* kao program dinamične geometrije vrlo brzo razvija i skoro svakodnevno donosi poboljšanja koja je teško pratiti. Ovih će dana biti, a možda već i jest objavljena inačica *GeoGebra 4.2*, koja donosi mnoga poboljšanja postojećih, ali i puno novih mogućnosti. Ipak neću o tome. Prije otprilike dvije godine počeo je razvoj inačice *GeoGebra* koja, pored mogućnosti na koje smo već navikli, ima niz novih mogućnosti, a najviše me se dojmio 3D prikaz, jednostavnost i lakoća konstrukcije geometrijskih tijela u 3D prikazu i upravo o tome ću pisati.

Riječ je o inačici ***GeoGebra 5.0 3D*** za koju se očekuje da će biti objavljena u rujnu 2013. godine. S obzirom na to da je program još u fazi razvoja, mnoge funkcije nisu do kraja razvijene, a neke su samo djelomično podržane.

Za ispravan rad *GeoGebra 5.0 3D* potrebno je imati instaliranu Javu 1.5 ili kasniju inačicu.

Program možete preuzeti u tri oblika:

— kao *offline* instalaciju (odaberite gornju datoteku), na stranici:

<http://code.google.com/p/geogebra/downloads/list?can=2&q=4-9+exe>

— kao portabl verziju – program možete pokrenuti a da ga ne instalirate na vaše računalo i ne morate imati instaliranu Javu na računalu (odaberite gornju datoteku).

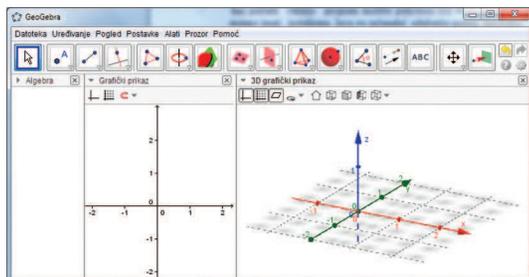
<http://code.google.com/p/geogebra/downloads/list?can=1&q=Portable-4-9>

— kao webstart verziju ako želite da vam se program aktualizira uvijek kad ste *online*.

www.geogebra.org/webstart/5.0/geogebra-50.jnlp

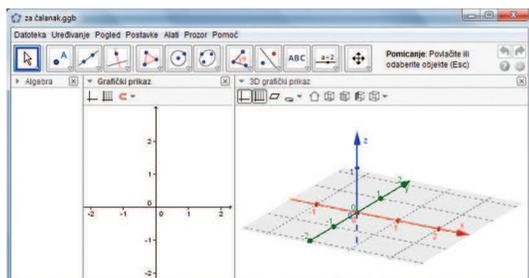
Kada pokrenete program, otvorit će vam se prozor kao na slici 1 ili sličan tome. Vidite i grafički i 3D

grafički prikaz. Vidljiva je i alatna traka 3D grafičkog prikaza što znači da je taj prikaz aktivan (slika 1).



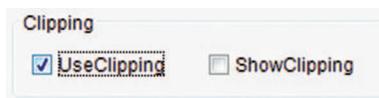
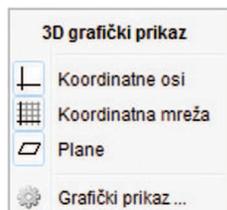
Slika 1.

Ako kliknete na grafički prikaz, onda nestaje alatna traka 3D grafičkog prikaza, aktivan je samo grafički prikaz i odgovarajuća alatna traka (slika 2). Klikom na 3D grafički prikaz on opet postaje aktivan, time i svi alati potrebni za rad u tom prikazu.



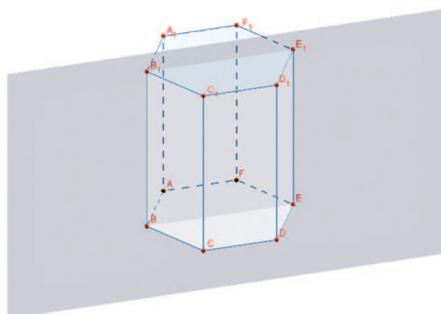
Slika 2.

Ako želite pokazati ili nacrtati ravninu u 3D grafičkom prikazu, onda će vam njen prikaz biti nejednako (mjestimično) obojen, slika 1 – ravnina xOy . Promijenite to tako da kliknete desnom tipkom miša na 3D grafički prikaz i onda na padajućem izborniku kliknete lijevom tipkom na **grafički prikaz**. U novom prozoru na kartici **Osnovno** u dijelu **Clipping** stavite kvačicu u kvadratić kako slika pokazuje:

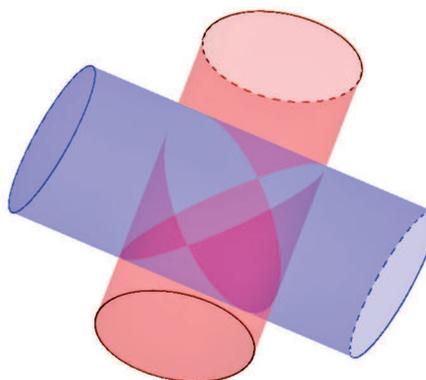


Promjenu možete vidjeti na slici 2.

Evo nekoliko slika koje ilustriraju ljepotu uradaka napravljenih u 3D grafičkom prikazu:



Slika 3. Dijagonalni presjek prizme



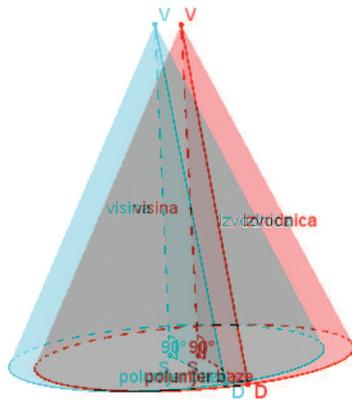
Slika 4. Presjek dvaju valjaka jednakih polumjera i međusobno okomitih osiju

Potpuni dojam prostornosti uradaka dobije se gledanjem tih uradaka kroz 3D naočale uz uključen 3D modus i rotiranjem alatom za rotaciju 3D grafičkog prikaza. 



Ako koristite najjednostavnije 3D naočale s okvirom od papira, onda vodite računa da crveni dio ide na lijevo oko.

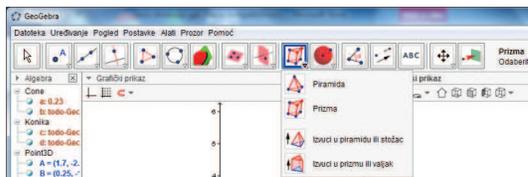
Kada uključimo 3D modus, onda slike postaju stereoskopske.



Slika 5. S uključenim 3D modusom, prostim okom slika izgleda ovako, a stožac se vidi jasno kroz 3D naočale

Postoje alati za crtanje geometrijskih tijela u 3D grafičkom prikazu. Neki od njih su na slici 6. Kao što je prije bilo jednostavno nacrtati mnogokut, tako je sada jednostavno i u samo nekoliko koraka nacrtati neka od geometrijskih tijela.

Konstrukcija pomoću trake za unos također je jednostavna. Imate ponuđene 3D naredbe.



Slika 6.

Ako pak želite konstruirati geometrijsko tijelo kojemu će promjena osnovnih elemenata biti naslonjena na klizače, uz to dopunjeno još nekim detaljima, onda treba malo više vremena.

U nastavku ću opisati postupak konstruiranja geometrijskih tijela u 3D prikazu:

- prizme i piramide s promjenjivim: visinama, brojem osnovnih bridova i duljinama osnovnih bridova;
- valjka i stošca promjenjivog polumjera baze i visine, sve to:
 - pomoću alatne trake,
 - iz polja za unos,
 - kombinacijom navedenih načina.

Također ću opisati kako napravljene uratke dopuniti detaljima koji pomažu uočavanju i izračunavanju nepoznatih elemenata pojedinog geometrijskog tijela i kako ih izdvojiti iz 3D prikaza.

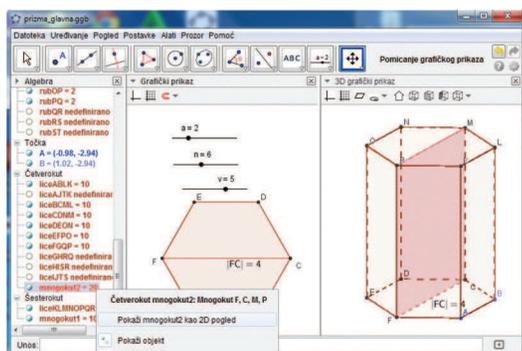
Konstrukcija prizme

1. U izborniku **Pogled** podesite da se vide: algebarski, grafički prikaz, 3D prikaz i traka za unos.
2. U grafičkom prikazu konstruirajte tri klizača:
 - prvi neka bude **a** (duljina osnovnog brida) interval podesite **od 1 do 5 (početna vrijednost neka bude 2)**,
 - drugi neka bude **n** (broj osnovnih vrhova), a interval podesite **od 3 do 10** i korak povećanja **1 (početna vrijednost neka bude 10)**,
 - treći neka bude **v** (visina), a interval podesite **od 1 do 7 (početna vrijednost neka bude 2)**.
3. U grafičkom prikazu konstruirajte točku A: alatom za točku kliknite na grafički prikaz.
4. **Konstruirajte točku B:** u traku za unos upišite **Dužina[A,a]**.
5. **Konstruirajte bazu prizme:** u traku za unos upišite: **Mnogokut[A,B,n]**.
6. **Konstruirajte ostatak prizme:** u traku za unos upišite: **Prizma[mnogokut1,v]**.
7. Veličinu točaka i 3D točaka smanjite na **2** (u izborniku **Svojtva**).
8. Mijenjajte sada vrijednost klizača i promatrajte promjene u 3D prikazu.

9. Postavite vrijednost klizača **n** na 6.
10. **Konstruirajte dijagonalni presjek prizme (najveći)**: zadavanjem pomoću trake za unos (npr.: **Mnogokut[F,C,M,P]**) ili pomoću alata za mnogokut kliknite u 3D prikazu prvo na točku F, zatim na sve ostale i na kraju opet na točku F).

U oba slučaja u algebarskom će se prikazu pojaviti novi objekt imena **mnogokut2**. Kliknite lijevom tipkom miša na njega i tako ga označite, tada mu možete na vrhu grafičkog ili 3D grafičkog prikaza promijeniti boju i prozirnost.

11. Kliknite desnom tipkom miša na **mnogokut2** u algebarskom prikazu i odaberite: **Izradi novi 2D pogled iz mnogokut2** (slika 7). Desno od 3D grafičkog prikaza pojaviti će se novi prikaz. Sužavanjem postojećih prikaza “napravite mjesto” za novi 2D prikaz (povlačite mišem rubove prikaza), tj. rasporedite prostor da se vidi sve što želite. Uočite da mijenjanje vrijednosti klizača prate promjene na svim prikazima.



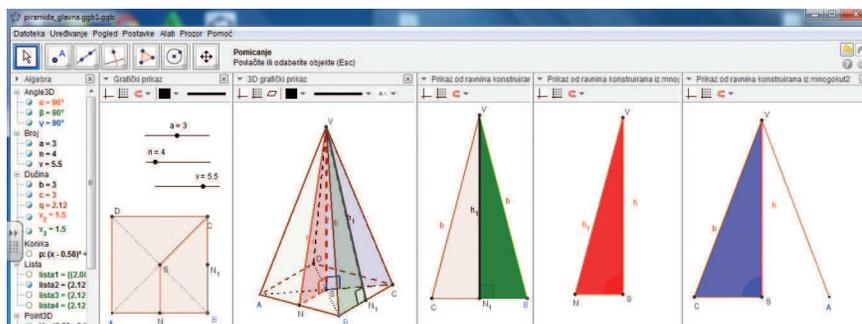
Slika 7.

Po potrebi možete imati i više od jednoga 2D prikaza istovremeno u jednom *GeoGebra*nom prozoru.

Konstrukcija piramide

Ponovite prvih pet koraka prethodnog zadatka.

6. **Konstruirajte omotač piramide**: u traku za unos upišite: **Piramida[mnogokut1,v]**.
7. Veličinu točaka i 3D točaka smanjite na **2** i vrh piramide preimenujte u **V**.
8. Mijenjajte sada vrijednost klizača i promatrajte promjene u 3D prikazu.
9. Postavite vrijednost klizača **n** na 6.
10. **Konstruirajte opisanu kružnicu bazi**: u traku za unos upišite: **Kružnica[A,B,C]**.
11. **Konstruirajte središte opisane kružnice bazi**: Alatom središte ili polovište kliknite na kružnicu u grafičkom ili u 3D prikazu; preimenujte središte u **S** i sakrijte kružnicu.
12. Podesite vrijednost klizača **n** na 3 i konstruirajte **trokut CSV**.
13. Konstruirajte polovišta bridova **AB** i **BC** i preimenujte ih u **N** i **N₁**, a zatim i trokute **SNV** i **BN₁V**.
14. Konstruirajte kutove **NSV**, **BN₁V** i **CSV**, sakrijte im oznake i u svojstvima podesite boju prema boji ispunje trokuta.
15. Za bolje uočavanje podijelite bazu na trokute: prvo naredbom **Niz** konstruirajte opet vrhove

Slika 8. Primjer kako je u jednom *GeoGebra*nom prozoru moguće istovremeno imati 3D prikaz piramide i tri dvodimenzionalna detalja izdvojena iz 3D prikaza

baze: u traku za unos upišite: **Niz[Rotacija[A, i 360 ° / n, S], i, 1, n]** (sakrijte listu1).

Sljedećom naredbom konstruirajte dužine koje spajaju središte kružnice opisane bazi i vrhove baze, u traku za unos upišite: **Niz[Dužina [Element[lista1, i], S], i, 1, n]** u svojstvima podesiti crte na točkaste i odaberite im crnu boju. Uredite (preimenujte) oznake pojedinih dužina (visine, bočne visine i bočnog brida), podesite im boju i pokažite ih.

16. I ovdje možete dobiti **2D prikaze** i to klikom desne tipke miša na oznake istaknutih trokuta u algebarskom prikazu i odabirom: **Izradi novi 2D pogled iz...** (pogledajte sliku 7).

Mijenjajte vrijednosti klizača i pratite promjene na svim prikazima.

Konstrukcija stošca

1. U grafičkom prikazu konstruirajte dva klizača:
 - prvi neka bude **r** (polumjer baze), interval podesite **od 1 do 5 (početna vrijednost neka bude 2)**,
 - drugi neka bude **v** (visina), a interval podesite **od 1 do 7 (početna vrijednost neka bude 2)**.
2. U grafičkom prikazu konstruirajte točku A: alatom za točku kliknite na grafički prikaz, preimenujte je u **S**.
3. Konstruirajte kružnicu polumjera **r** sa središtem u točki **S**: alatom kružnica sa središtem i polumjerom kliknite na točku **S** i u dijaloški okvir upišite **r**.
4. **Konstruirajte stožac**: u traku za unos upišite: **Stožac[c,v]**.
5. **Konstruirajte vrh stošca**: alatom za točku kliknite na vrh stošca u 3D prikazu i preimenujte je u **V**.
6. **Konstruirajte jednu točku na kružnici**: alatom za točku kliknite na kružnicu u 3D prikazu.
7. **Konstruirajte trokut SAV i kut ASV**.
8. Konstruirajte os stošca.
9. Podesite boju i prozirnost kako biste bolje istaknuli bitno.

Konstrukcija valjka

1. U grafičkom prikazu konstruirajte dva klizača:
 - prvi neka bude **r** (polumjer baze), interval podesite **od 1 do 5 (početna vrijednost neka bude 2)**,
 - drugi neka bude **v** (visina), a interval podesite **od 1 do 7 (početna vrijednost neka bude 2)**.
2. U grafičkom prikazu konstruirajte točku A: alatom za točku kliknite na grafički prikaz, preimenujte je u **S**.
3. Konstruirajte kružnicu polumjera **r** sa središtem u točki **S**: u traku za unos upišite: **kružnica[S,r]**.
4. **Konstruirajte valjak**: u traku za unos upišite: **Cilindar[c,v]**. *Ako želite konstruirati os ili osni presjek valjka treba vam središte gornje baze. Trenutno ne postoji (ili ja nisam našao) direktan način. Evo prijedloga kako to učiniti:*
5. **Središte gornje baze konstruirajte tako da konstruirate stožac iste baze i visine**: u traku za unos upišite: **Stožac[c,v]**.
6. **Konstruirajte vrh stošca**: alatom za točku kliknite na vrh stošca u 3D prikazu i preimenujte je u **S_1** (sakrijte stožac).
7. **Konstruirajte jednu točku na kružnici (dolje)**: alatom za točku kliknite na kružnicu u 3D prikazu.
8. **Konstruirajte pravac AS i onda usporednicu tom pravcu točkom S_1. Slijedi konstrukcija sjecišta usporednih pravaca s kružnicama, konstrukcija osnovnog presjeka i na kraju konstrukcija osi**.
9. Podesite boju i prozirnost kako biste bolje istaknuli bitno.

Napominjem da je ovo jedan od načina konstruiranja koji vam može poslužiti kao predložak. Siguran sam da ćete neke korake konstrukcije i neke detalje napraviti na svoj način.

I pored toga što se radi o nezavršenom programu i što neke stvari zapinju, može se mnogo toga isprobati i napraviti. Nadam se da sam vas zainteresirao i da ćete otkriti i druge nove mogućnosti ove inačice. U svakom slučaju probajte i nećete se pokajati.