

# Matematički origami

Sanja Tobijas, Čepin



Posljednjih se nekoliko godina u našoj školi za vrijeme zimskih praznika organiziraju zimske radionice kojima je svrha kvalitetno popuniti slobodno vrijeme učenika. Kao učiteljica matematike razmišljala sam kako se uklopiti u taj projekt. Naime, postojala je bojazan da će se učenici na sam spomen riječi matematika u nazivu radionice odlučiti na neku drugu, njima zanimljiviju, barem po nazivu.

Na jednom je stručnom aktivu za učitelje organizirana radionica *Matematički origami* koja mi je bila izuzetno zanimljiva, te sam odlučila s učenicima organizirati takvu radionicu.



Prvi korak bio je kako zainteresirati učenike da dođu. Pred kraj prvog polugodišta, na kraju sata ispričala sam im osnove o origamijima, zatim matematičkim origamijima te pokazala nekoliko radova koje sam sama izradila. Na vrata učionice također sam stavila "reklamu" i poziv na radionicu s fotografijama, te s vremenom održavanja.

Za pripremu radionice koristila sam se knjigom *Mathematical Origami*, autora Davida Mitchella.

Materijal koji mi je bio potreban, papir u boji, škare i ljepilo, dobila sam u školi.

S obzirom na to da će na radionici sudjelovati učenici 5.–8. razreda, prvi zadatak je ponoviti osnovne matematičke geometrijske likove i geometrijska tijela, te to znanje iskoristiti pri izradi modela.

Prije praktičnog dijela, ponovili smo osnovne geometrijske likove i geometrijska tijela kroz PowerPoint prezentaciju koju sam pripremila.

Na prvoj radionici izrađivali smo prvo kocku, a potom Columbovu kocku (kratko sam im prije toga opisala i pokazala što je to).

## radionice

Tijek izrade:

Neki učenici bili su spretniji, neki manje spretni. . .

. . . ali su na kraju svi imali "gotove proizvode" i bili vrlo zadovoljni.

Columbova kocka je zanimljiva jer se može slagati (nadovezivati) u različite oblike. Mi smo pravili prsten (za to nam je ipak bilo potrebno malo ljepila, premda se kod izrade origamija ne rabi ljepilo).

Tako izrađenim oblicima ukrasili smo učionicu matematike.

Naravno da su ostali učenici na početku drugog polugodišta uočili radove u učionici i ugodno se iznenadili. "Nastavnice, tko je to pravio?, Kako se to pravi?, Možete li nam pokazati?..." – samo su neka od njihovih pitanja.



Cilj je bio postignut. Zainteresirala sam ih. Dakle, to je primjer zanimljive matematike.

Svake sljedeće godine bilo je sve više zainteresiranih učenika.



Sljedeće što smo izradili bio je kostur oktaedra (model iz navedene knjige).

Ovo su neki od radova.

I to smo dodali kao ukras u učionicu.

Prošle smo godine prije Božića organizirali još jednu radionicu origamija nešto drukčijih kockica, kako bismo napravili ukrase za božićnu jelku u učionici (jelka je napravljena od rebrastog papira).

Nakon svake radionice razmišljam...

Što se postigne takvim ili sličnim radionicama?

Neki od odgovora su:

- Ponovili smo izgled geometrijskih likova, npr. u sljedećem zadatku:
  - izrežite kvadrat kojem su stranice 20 cm,
  - kad presavijete papir na pola, dobijete 2 pravokutnika,



- presavijte papir da dobijete 2 jednakokračna pravokutna trokuta, ili
- kad rastvorite papir nakon presavijanja, morate imati 16 pravokutnih jednakokračnih trokuta

...

- Zatim na konkretnim primjerima učenici vide da su geometrijski likovi sastavni dijelovi geometrijskih tijela.
- Osim toga, često možemo vidjeti kako su djeca u današnje vrijeme nespretna kad nešto treba napraviti rukama, izrezati ravno škarama itd. I ovo je jedan od načina da vježbaju svoju spretnost.
- I, naravno, dobro smo se zabavili, a oni su ugodno i korisno proveli jedno svoje prijedodne zimskih praznika.

Dakle, koliko god mi se na početku činilo da je ta radionica zanimljiva, ali da neke konkretne koristi od nje neću imati, na kraju sam zaključila da je ipak imala svoj smisao.





## Kockice i prozor

Ova sličica snimljena je jednim starijim mobitelom pa zbog toga i nije baš previše "čista". A nalazi se na kombiju jednog izvođača građevinskih radova čije je ime iz razumljivih razloga skriveno. Pitanje nad kojim se valja zamisliti glasi: *Biste li vi, nakon što pažljivo promotrite ovu sličicu, povjerili neki posao ovom izvođaču? Jer ako je netočan u slici kojom se predstavlja kako li će onda izgledati obavljena narudžba?*

Jer, prebrojimo li otpale kockice vidjet ćemo da ih je više nego što bi ih trebalo biti. No je li to uistinu tako? Razmislite! Možda naš građevinar i nije baš tako nepouzdan.

A sada malo pogledajmo ovaj prozorčić na ulaznim vratima jedne starije obiteljske kuće. Zanimljivo. Možda je stolar imao matematičkog dara pa ga je iskazao i u ovom svojem djelu. Ili je vlasnik kuće matematičar pa je zaželio poigrati se malo s matematikom i na ovaj način? A možda je oblik prozora prizvod puke slučajnosti? Bilo kako bilo, podsjeća li vas ovaj prozor na nešto? Kao da smo ga vidjeli u geometrijskoj predodžbi neke elementarne algebarske relacije.



Evo jednog mogućeg tumačenja:

Primijetimo da je površina velikog kvadrata  $((a + b)^2)$  jednaka zbroju površina malog kvadrata  $((a - b)^2)$  i četiri sukladna pravokutnika  $(4ab)$ . Dakle je

$$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab.$$

Već je ovaj identitet sam po sebi zanimljiv, ali još je zgodnije primijetiti da zbog  $(a - b)^2 \geq 0$  očito vrijedi

$$(a + b)^2 \geq 4ab.$$

Kako su  $a$  i  $b$  nenegativni brojevi, onda izravno slijedi

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$$

što je poznata nejednakost između aritmetičke i geometrijske sredine.

B.D.

