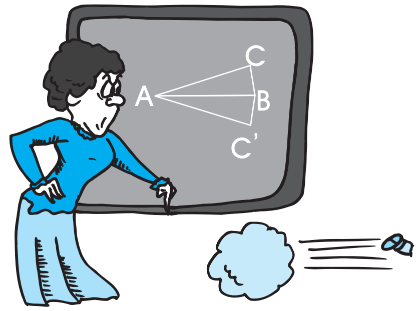
Tri razine obrade matematičkih pojmova



Ivica Gusić*, Zagreb

Nastava matematike** u pravilu je tradicionalna u odnosu na razvoj znanosti i tehnologije, tj. zaostaje za njima. Na primjer, u osnovnoj se školi uglavnom uči matematika dostignuta u srednjem vijeku, a u srednjoj školi uglavnom matematika dostignuta do 17. st. Na tehničkim fakultetima uglavnom se uči dio matematike dostignute do 18. st. i vrlo malo matematike iz 19. st. Na matematičkom fakultetu studenti uče mali dio matematike iz 19. st. i vrlo malo (u sadržajnom smislu) matematike iz početka 20. st. Ta činjenica ima svoje pozitivne i negativne strane. Pozitivno je svakako to što zbog te svoje osobitosti nastava matematike ima dobro izgrađenu metodiku. U nastavi se matematike koriste uhodane metode, provjereni sadržaji i zadaci, birani stoljećima. I to je jedan od razloga što matematiku kao nastavni predmet i profesore matematike kao nastavnike cijene učenici, nastavno osoblje i društvo, uopće. Negativna je strana te činjenice odmak od stvarnosti u kojoj živimo. Učenici osjećaju da se u svijetu događaju ozbiljne promjene, dolazi do naglog razvoja tehnologije i promjena u načinu života, a ne mogu s tim povezati matematiku. Oni su svjesni da im nedostaju neka matematička znanja koja se ne uče u nastavi matematike. Za neka (možda pogrješno) smatraju da bi ih znali i bez učenja matematike, a za mnoge misle da im uopće ne trebaju.

U nastavi matematike povremeno dolazi do skokova (reforme nastave matematike) kojima nastava matematike hvata korak za razvojem znanosti i tehnologije. Ti se skokovi u pravilu očituju u odbacivanju nagomilanih tehničkih postupaka koji opterećuju nastavu i u prebacivanju težišta na općenitije pojmove koji zamjenjuju te postupke. Na primjer, tijekom srednjeg vijeka, a i renesanse, učili su se mnogi komplicirani postupci računanja pomoću abaka i sličnih pomagala. Njih su tijekom 16. i 17. st. počeli zamjenjivati postupci računanja s indijsko-arapskim brojkama (iako su oni europskim matematičarima — znanstvenicima bili poznati puno ranije). U nekim krajevima učenje abaka proteglo se do 19. st. Učenje pismenih pravila za izvođenje osnovnih računskih operacija, a i nekih drugih (kvadriranje, korjenovanje, kubiranje,

* `igusic@pierre.fkit.hr`

** Napisano prema predavanju održanom na seminaru za nastavnike, Opatija 8.–13. 2. 2001.

vađenje trećeg korijena) proteglo se, u osnovnim školama, do nedavno. U srednjim školama učila se uporaba logaritamskih tablica, a na fakultetima, uz razne tablice, uporaba logaritamskog računala. Nakon otkrića kalkulatora, odnosno nakon njegove komercijalne primjene, logaritmsko računalo nestaje iz nastave na fakultetima. Nešto poslije kalkulator zamijenjuje logaritamske tablice u srednjim školama. U posljednje se vrijeme u osnovnoj školi uče samo pismena pravila za izvođenje četiriju osnovnih računskih operacija, iako kalkulator nije službeno u uporabi (kod nas; u svijetu jest).

Svjedoci smo naglog informatičkog razvoja. Ako se razdoblje od 16. stoljeća moglo nazvati Gutenbergovom erom, razdoblje u kojem živimo i koje je pred nama, može se nazvati informatičkom erom. Pojam pismenosti se promijenio. To nije više vještina čitanja i pisanja (lijepim rukopisom) i sposobnost komuniciranja pismom. Suvremeni je čovjek pismen ako se znade služiti računalom, pisati njime, ako znade komunicirati elektronskom poštom i ako se služi nekim svjetskim jezikom. Gdje je tu mjesto matematici, tj. gdje je tu mjesto nastavi matematike? Ona i dalje ostaje temeljna znanstvena i nastavna disciplina, međutim mora se uskladiti sa zahtjevima vremena. Rad računala zasniva se na matematičkim načelima. Zato je učenje matematičkih pojmova, metoda i temeljnih svojstava danas važnije nego prije. U svijetu je, u nastavi matematike, već počelo rasterećivanje učenika. Manje se inzistira na izvršavanju kompliciranih tehničkih radnja (to se prepušta suvremenim pomagalima), a više na usvajanju pojmova na različitim razinama. Jedno od temeljnih svojstava matematike jest uspostavljanje korespondencije između, naizgled, potpuno različitih matematičkih sadržaja i između matematičkih i nematematičkih sadržaja.

Prije razmatranja usvajanja matematičkih pojmova na različitim razinama i o korespondenciji matematičkih sadržaja na primjerima iz nastave matematike u osnovnoj školi, navedimo nekoliko važnih primjera iz povijesti čovječanstva.

a) Govor

Govor je korespondencija između pojmova, predmeta, osjećaja, misli s jedne strane i izgovorenih riječi s druge strane. Korespondencijom između tih dvaju različitih sadržaja riješen je (djelomice) problem komunikacije.

b) Pismenost

Pismenost je korespondencija imeđu izgovorenih glasova i napisanih slova. Tom se korespondencijom nastavlja rješavati problem komunikacije i problem pamćenja.

c) Zapis brojeva

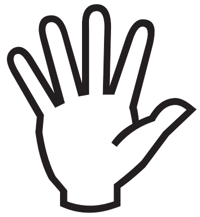
Zapisom brojeva uspostavlja se korespondencija između brojeva (kao pojmova) i znakova koji su zapisi brojeva. Od mnogih korespondencija koje su nastale u prošlosti, danas je uobičajeno zapisivanje indijsko-arapskim brojkama.

U nastavku ćemo sličnu problematiku razmatrati na sadržajima koji se obrađuju u osnovnoj školi:

1. brojevi i njihovi zapisi;
2. sukladnost;
3. ekvivalentnost jednadžba;
4. razlomci i racionalni brojevi.

1. Brojevi i njihovi zapisi

U suvremenom obrađivanju brojeva razlikuju se tri razine: **intuitivna** (predodžba broja), **pojmovna** (pojam broja) i **simbolička** (zapis broja). Do intuitivnog pojma broja učenici dolaze i prije polaska u školu, a u prva četiri razreda osnovne škole oni izgrađuju i učvršćuju tu predodžbu. Na primjer, na osnovi jednostavnih primjera kao dva oka, dva uha, dvije ruke, dvije noge, dolazi se do pojma broja dva, kojemu je zapis 2.



pet prstiju

PET

broj pet

5

zapis broja 5

U nastavi, a i inače, obično se poistovjećuju brojevi i njihovi zapisi i to se ne može izbjeći, niti se mora izbjegavati. Međutim na njihovoj se razlici katkad inzistira, primjerice u zadacima:

Napišite broj dvjesto trideset četiri.

Pročitajte broj 234.

Tri razine pojma broja javljaju se i pri računskim operacijama s brojevima, na primjer operaciji zbrajanja. Pojam zbroja dvaju brojeva učenici upoznaju kroz konkretne primjere. Intuitivno, zbrajanje je skupljanje, stavljanje skupa.

Primjer 1. Na livadi su dva stada. U jednom je stadu 12 ovaca, a u drugom 11 ovaca. Postavlja se pitanje koliko ukupno na toj livadi ima ovaca.

Razmotrimo kako se taj zadatak rješava na tri spomenute razine.

Intuitivna razina. Rješenje se dobije odbrojavanjem 11 brojeva koji su neposredno iza 12 (odnosno odbrojavanjem 12 brojeva koji su neposredno iza 11).

Pojmovna razina. Rješenje je zbroj brojeva dvanaest i jedanaest.

Simbolička razina. Rješenje je $12 + 11$ (odnosno $11 + 12$).

Pojmom zbrajanja brojeva rješava se načelno problem skupljanja, pribrajanja. Taj je problem praktično riješen operacijom zbrajanja na brojevnim zapisima (pismeno zbrajanje).

Općenito, kod izvođenja računskih operacija s brojevima, uočava se sljedeće.

(i) neke rezultate učenici znaju na osnovi intuitivnih predodžaba, recimo $1 + 1 = 2$.

(ii) neke rezultate učenici znaju napamet, recimo $7 + 8 = 15$.

(iii) do većine rezultata učenici dolaze primjenom naučenih pravila za pismeno izvođenje računskih operacija (pri tom se koriste znanjima iz (i) i (ii)).

Slično je i pri radu na ostalim nastavnim sadržajima.

Primjer 2. Parni brojevi.

Intuitivna razina. Do pojma parnosti dolazi se na osnovi primjera kao: čovjek ima paran broj ruku (lijevu i desnu), krava paran broj nogu (dvije prednje i dvije stražnje), čovjek ima paran broj prstiju ruku (po pet na svakoj ruci) itd.

Pojmovna razina. *Broj je paran ako je djeljiv s dva (tj. ako je višekratnik broja dva).*

Simbolička razina. *Broj zadan zapisom je paran ako se pri dijeljenju s 2 dobije ostatak 0.*

Pojmovnom je razinom definirano što znači da je broj paran, međutim na toj je razini često teško odgovoriti je li neki konkretni broj paran ili ne. Na primjer, pitanje

Je li broj n(n+1) paran?

jest tipično pitanje postavljeno na pojmovnoj razini i odgovor se treba dati na toj razini. Slično, tvrdnja:

Ako je kvadrat nekog broja paran broj, onda je i taj broj paran, jest tvrdnja izrečena na pojmovnoj razini i tako se treba i dokazivati. Simboličkom razinom problem je praktički riješen; za svaki se konkretni broj zadan dekadskim zapisom može dijeljenjem ispitati je li broj paran ili nije. Taj se postupak oslanja izravno na definiciju parnosti i uvijek vodi k rješenju. Na primjer, da bismo tim postupkom pokazali da je broj 1234567891011121314 paran, trebali bismo ga podijeliti s 2 i uvjeriti se da je ostatak 0. Zadatak mnogo lakše možemo riješiti koristeći se sljedećim uvjetom (kriterijem) parnosti:

Broj je paran ako mu je posljednja znamenka u zapisu paran broj.

Dakle, za provjeru parnosti dovoljno je provjeriti parnost posljednje znamenke.

Tu treba uočiti dvije činjenice.

1. Kriterij parnosti je poučak (a ne definicija).
2. Kriterij parnosti izrečen je na simboličkoj razini.

Zato kriterij parnosti možemo primijeniti samo za provjeravanje parnosti brojeva zadanih zapisom, a ne možemo, primjerice, za provjeravanje parnosti broja $n(n+1)$.

Napomenimo da se u izričaju kriterija parnosti obično ispušta dio u zapisu jer se spominjanjem znamenke neizravno govori da je broj zadan zapisom. Također, puni je smisao kriterija o parnosti sljedeći:

Broj je paran ako i samo ako mu je posljednja znamenka u zapisu paran broj.

Kako se u osnovnoj školi, barem za sada, ne rabi sintagma *ako i samo ako*, to bi se, da se zadrži puni smisao, moglo postupiti ovako:

Broj je paran ako mu je posljednja znamenka u zapisu paran broj, a neparan ako nije.

Intuitivna, pojmovna i simbolička razina brojeva proteže se kroz cijelu osnovnu školu, na primjer, u temama: djeljivost brojeva i kriteriji djeljivosti, prosti i složeni brojevi, racionalni brojevi, iracionalni brojevi.

2. Sukladnost

Slično kao kod brojeva i njihovih zapisa postupit ćemo i kod sukladnosti, samo što ćemo pojmovnu razinu nazivati i *kvalitativnom razinom*, a umjesto simboličke, govorit ćemo o *kvantitativnoj razini*.

Sukladnost dužina

Intuitivna razina. *Dvije su dužine sukladne ako se mogu jedna na drugu nanijeti tako da se preklope.*

Kvalitativna razina. *Dvije su dužine (u ravnini) sukladne ako se jedna iz druge mogu dobiti paralelnim pomakom i rotacijom (oko krajnje točke).*

Kvantitativna razina. *Dvije su dužine sukladne ako su im duljine jednake.*

Na intuitivnoj se razini izvode razni pokusi kojima učenici nanošenjem modela dužina jedan na drugi dobijaju osjećaj sukladnosti dužina. Na kvalitativnoj se razini taj pojam definira matematičkim rječnikom. Praktični postupci i pokreti kojima se na intuitivnoj razini dužina nanosi na drugu dužinu, tu se svode na dva postupka (operacije, transformacije): translaciju i rotaciju. Na kvantitativnoj razini problem sukladnosti rješava se **mjerenjem** (zato se i govori o kvantitativnoj razini). Dugo je smatrano da je ta razina najpogodnija za definiranje sukladnosti (kvalitativna se razina ne bi ni spominjala; razlog tome je i to što se sukladnost dužina uči prije translacije i rotacije). To se očituje i pojmom **prenošenja dužina** kojim se, u biti, konstruira dužina sukladna zadanoj dužini; sam je postupak zasnovan na kvantitativnoj definiciji da su dužine sukladne ako su im duljine jednake. Tako se postupalo i zbog tehnoloških razloga (tipična su nastavna pomagala dugo bila olovka, šestar i ravnalo, a rješavanje se provodilo na listu papira). Danas, u bogatim zemljama, s naprednom nastavom matematike, list se papira sve više zamjenjuje kompjutorskim ekranom, piše se posredstvom tipkovnice, u nastavi geometrije koriste se programi koji, uz ino, simuliraju paralelni pomak, rotaciju i simetriju, rješenje se ostvaruje kao slika na ekranu.

Ima li u nastavi matematike u osnovnoj školi poučaka o sukladnosti dužina? Ima, iako se oni izravno ne navode. Neposredno nakon obrađivanja sukladnosti dužina, u osnovnoj se školi obrađuje paralelogram. Tvrdnja:

Nasuprotne stranice paralelograma jednake su duljine,

neizravno je poučak o sukladnosti dužina:

Paralelnim pomakom dužine dobije se sukladna dužina.

Možda bi bilo dobro da se to zaista tako izravno i kaže, naročito zato što ta tvrdnja ima jasnu intuitivnu pozadinu (i može se, na razne načine, praktično obrazložiti). Također, tvrdnja:

Simetrijom dužine s obzirom na pravac, dobije se sukladna dužina,

koja se obično shvaća kao poučak o simetriji, mogla bi se izravnije naglasiti kao poučak o sukladnosti dužina. Slično je s rotacijom (u nižim razredima barem oko rubne točke dužine, posebice pri obradi kružnice i kruga).

Treba uočiti da su ti poučci o sukladnosti dužina izrečeni na kvalitativnoj razini. Također treba uočiti razliku između **sukladnosti dužina** i **jednakosti dužina**. Dužine su skupovi, i kao takve, dvije su dužine jednake ako su jednake kao skupovi, tj. ako imaju iste elemente. Ako su dvije dužine jednake, one su i sukladne, međutim dvije sukladne dužine u pravilu nisu jednake (samo su njihove duljine jednake).

Sukladnost kutova

Intuitivna razina. *Dva su kuta sukladna ako se mogu nanijeti jedan na drugoga tako da se preklope.*

Na toj razini učenici dobijaju osjećaj i predodžbu o sukladnosti kutova izvođenjem pokusa i praktičnih zadataka.

Kvalitativna razina. *Dva su kuta (u ravnini) sukladna ako se jedan iz drugoga mogu dobiti paralelnim pomakom i rotacijom (oko vrha).*

Kvantitativna razina. *Dva su kuta sukladna ako su im mjere jednake.*

Uočite punu analogiju sa sukladnošću dužina. Također, slično pojmu prenošenja dužina, imamo pojam **prenošenja kutova** (kojim se, na osnovi kvantitativne definicije sukladnosti kutova, konstruira kut sukladan zadanom kutu).

Poučak o sukladnosti kutova s usporednim kracima možemo tumačiti i ovako:

Paralelnim pomakom kuta dobije se sukladan kut.

Također:

Rotacijom kuta oko vrha kuta dobije se sukladan kut.

Poučak o sukladnosti vršnih kutova poseban je slučaj tog poučka. Drugim riječima, vršni su kutovi sukladni jer se mogu dobiti jedan iz drugoga rotacijom oko zajedničkog vrha (za jedan poluokret, za 180°).

Uočite da su ti poučci o sukladnosti kutova izrečeni na kvalitativnoj razini. Također, kut je definiran kao dio ravnine, pa su dva kuta jednaka ako imaju iste elemente, tj. ako se poklapaju. Ako su kutovi jednaki, oni su i sukladni, međutim dva sukladna kuta u pravilu nisu jednaka (samo su njihove mjere jednake). Treba uočiti analogiju između duljine dužine i mjere kuta (mjera dužine upravo jest duljina dužine, samo što ima posebno ime, a mjera kuta nema).

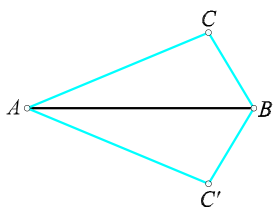
Sukladnost trokuta

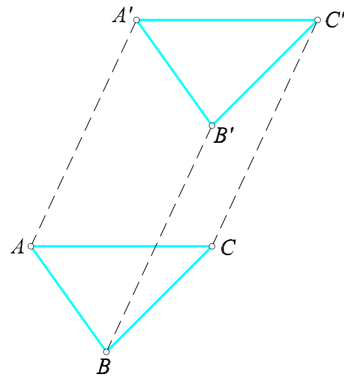
Intuitivna razina. *Dva su trokuta sukladna ako se mogu nanijeti jedan na drugoga tako da se preklope.*

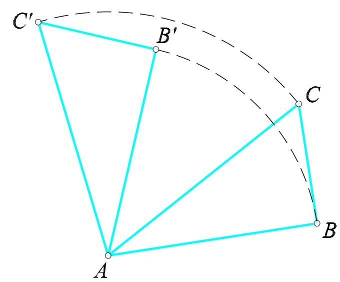
Na toj razini učenici stječu predodžbu o sukladnosti trokuta izvođenjem pokusa. Pritom je kod nekih učenika neobično važno da se o sukladnost ili o nesukladnosti dvaju trokuta uvjere i opipom.

Kvalitativna razina. *Dva su trokuta (u ravnini) sukladna ako se jedan iz drugoga mogu dobiti paralelnim pomakom, rotacijom (oko vrha) i simetrijom (u odnosu na stranicu).*

Neophodnost simetrije u odnosu na pravac vidi se iz primjera na slici.







Kvantitativna razina. *Dva su trokuta sukladna ako su im odgovarajuće stranice jednakih duljina i odgovarajući kutovi jednakih mjera.*

To se može izreći i kao:

Dva su trokuta sukladna ako su im odgovarajuće stranice i kutovi sukladni.

Tako je sukladnost trokuta definirana pomoću sukladnosti njihovih osnovnih elemenata (stranica i kutova).

Poučci o sukladnosti trokuta govore o tome da je za sukladnost dvaju trokuta dovoljno znati da su im neki, a ne svi odgovarajući elementi sukladni. Ti su poučci izrečeni na kvantitativnoj razini. Dakako, mogli bismo izreći i neke poučke o sukladnosti trokuta na kvalitativnoj razini. *Paralelnim pomakom trokuta (rotacijom oko vrha, simetrijom u odnosu na stranicu) dobije se sukladan trokut.*

Sukladnost se može definirati za sve geometrijske likove. Intuitivno, *dva su podskupa ravnine sukladna ako se mogu nanijeti jedan na drugoga tako da se preklope*. Strogo matematički, *dva su podskupa ravnine sukladna ako se jedan iz drugoga mogu dobiti pomoću translacije, rotacije i simetrije (s obzirom na pravac)*. Općenitu definiciju na kvantitativnoj razini teško je izreći. Evo nekoliko primjera (kvalitativnih i kvantitativnih definicija) koji se obično ne spominju u osnovnoj školi, a mogli bi se.

Dvije su kružnice (ili krugovi) sukladne ako se jedna iz druge može dobiti paralelnim pomakom.

Dvije su kružnice (ili krugovi) sukladne ako imaju jednake polumjere.

Dva su kružna luka sukladna ako se jedan iz drugog može dobiti paralelnim pomakom i rotacijom (oko pripadnog središta).

Dva su kružna luka sukladna ako su im pripadni polumjeri jednaki i pripadni središnji kutovi jednakih mjera.

3. Ekvivalentnost jednadžba

Pojam ekvivalentnosti jednadžba analogan je pojmu sukladnosti geometrijskih likova, međutim do intuitivne predodžbe o ekvivalentnosti jednadžba većini učenika teže je doći nego do predodžbe o sukladnosti geometrijskih likova. Iako su jednadžbe $4x = 6$ i $2x = 3$ dvije različite jednadžbe, mnogi će se složiti da među njima nema bitne razlike (svejedno je hoćemo li reći da 4 kuglice sladoleda stoje 6 kuna, ili da 2 kuglice sladoleda stoje 3 kune). Intuitivno, dvije su jednadžbe ekvivalentne (jednakovaljane) ako su one dva različita zapisa iste činjenice, tj. ako imaju isto značenje. Do osmog razreda osnovne škole od jednadžba s jednom nepoznanicom praktično se uče samo jednadžbe oblika $ax + b = cx + d$, gdje su a, b, c, d brojevi. Radi lakšeg izlaganja, ekvivalentnost jednadžba razmatrat ćemo samo na takvim jednadžbama.

Kvalitativna razina. *Dvije su jednadžbe ekvivalentne ako se mogu dobiti jedna iz druge množenjem (odnosno dijeljenjem) brojem različitim od nule ili prebacivanjem člana jednadžbe s jedne na drugu stranu.*

Treba uočiti sličnost s kvalitativnom definicijom sukladnosti dužina (pomoću dvaju postupaka iz dužine se dobije sukladna dužina; pomoću dvaju postupaka iz jednadžbe se dobije ekvivalentna jednadžba).

Kvantitativna razina. *Dvije su jednadžbe ekvivalentne ako su im skupovi rješenja jednaki.* Opet treba uočiti sličnost s kvantitativnom definicijom sukladnosti dužina.

Slično je za **linearne jednadžbe s dvjema nepoznanicama** te za **sustave** dviju linearnih jednadžba s dvjema nepoznanicama. Radi lakšeg izlaganja prihvatimo da je linearna jednadžba s dvjema nepoznanicama jednadžba oblika $ax+by = c$, gdje su brojevi a, b, c koeficijenti jednadžbe, a x, y nepoznanice; a da je sustav dviju linearnih jednadžba s dvjema nepoznanicama sustav oblika: $ax + by = e, cx + dy = f$.

Kvalitativna razina. *Dva su sustava dviju linearnih jednadžba s dvjema nepoznanicama ekvivalentna ako se mogu dobiti jedan iz drugoga sljedećim postupcima:*

(i) *zamjenom neke jednadžbe sustava ekvivalentnom jednadžbom (tj. množenjem jednadžbe brojem različitim od nule).*

(ii) *zamjenom neke jednadžbe sustava jednadžbom koja se dobije dodavanjem toj jednadžbi druge jednadžbe sustava pomnožene nekim brojem različitim od nule.*

Kvantitativna razina. *Dva su sustava ekvivalentna ako su im skupovi rješenja jednaki.*

Svakako da je ekvivalentnost sustava linearnih jednadžba jednostavnije izrečena na kvantitativnoj nego na kvalitativnoj razini, međutim pitanje je što je učenicima shvatljivije. U svakom slučaju, kvalitativna nam definicija omogućuje da zaista riješimo zadani sustav.

4. Razlomci i racionalni brojevi

Budući da se u ovom radu osvrćemo ponajviše na nastavu matematike u osnovnoj školi, smatrat ćemo da su brojnik i nazivnik razlomka cijeli brojevi (i da je, dakako, nazivnik različit od nule). Dakle, *razlomak je izraz oblika $\frac{a}{b}$, gdje su a, b cijeli brojevi i $b \neq 0$.* To je formalna definicija, međutim taj pojam treba intuitivno usvojiti i povezati s problemom zapisa podjele cjeline na dijelove. Vrlo je važan pojam jednakosti razlomaka. U svijetu je uobičajenije govoriti o ekvivalentnosti razlomaka nego o jednakosti razlomaka. To je i matematički ispravnije pa ćemo se i mi u ovom radu koristiti tim nazivom. Zaista nije isto podijeliti jabuku na dva jednaka dijela pa pojesti jedan od njih kao i podijeliti jabuku na četiri jednaka dijela pa pojesti dva od tih dijelova. Nije isto, ali je u biti isto. Dakle, bolje je za razlomke $1/2$

i 2/4 reći da su ekvivalentni (jednakovaljani, imaju isto značenje) nego da su jednaki. Možda bi i učenici to bolje usvajali. Vrlo je važno da učenici steknu intuitivnu predodžbu o ekvivalentnosti razlomaka.

Kvalitatitvna razina. *Dva su razlomka ekvivalentna ako se mogu dobiti jedan iz drugoga skraćivanjem ili proširivanjem.*

Treba uočiti sličnost s prijašnjim primjerima (dvama postupcima iz razlomka dobijemo ekvivalentan razlomak).

Kvantitativna razina. *Dva su razlomka ekvivalentna ako su im vrijednosti jednake (tj. ako predočuju jedan te isti racionalni broj, odnosno ako se dijeljenjem brojnika s nazivnikom dobiju jednaki racionalni brojevi).*

Time se radi distinkcija između razlomaka i racionalnih brojeva (razlomak je zapis racionalnog broja; ekvivalentni razlomci jesu dva zapisa istog racionalnog broja). Dakle, govori se o ekvivalentnosti razlomaka i o jednakosti racionalnih brojeva.

Poučak o ekvivalentnosti razlomaka

$a/b = c/d$ *ako je* $ad = bc$.

Tim se poučkom provjera jednakosti razlomaka svodi na provjeru jednakosti cijelih brojeva. Taj se poučak može obrazložiti množenjem sa zajedničkim nazivnikom.

Da bi se to usvojilo, dobro je postavljati zadatke i pitanja kao:

Provjerite dijeljenjem brojnika s nazivnikom da su dva racionalna broja jednaka (da su dva razlomka ekvivalentna).

Provjerite proširivanjem ili skraćivanjem da su dva racionalna broja jednaka (da su dva razlomka ekvivalentna).

Provjerite množenjem sa zajedničkim nazivnikom da su dva racionalna broja jednaka (da su dva razlomka ekvivalentna).

Zapišite racionalni broj u oblika razlomka (na nekoliko načina; tako da mu brojnik bude takav i takav; tako da mu nazivnik bude takav i takav).

Slična obrada pojmova na različitim razinama može se provesti i na sljedećim sadržajima koji se obrađuju u osnovnoj i srednjim školama:

5. sličnost;
6. vektori;
7. koordinatni sustav;
8. funkcije i njihovi grafovi;
9. formule.

To ćemo ostaviti za neki drugi put.

Seminar iz matematike u Kraljevici

19. – 20. travnja 2001., 8,30 sati

Osnovne i srednje škole, županije: 1., 2., 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9., 18., 20., 21.

Za početnike do 5 godina radnog iskustva *(trajanje: 12 sati)*

Sadržaj rada:

1. *Planiranje u nastavi matematike*
2. *Pripremanje za nastavu matematike*
3. *Praćenje i ocjenjivanje učenika*
4. *Korištenje nastavnih sredstava i pomagala i udžbeničke literature*
5. *Stručno–metodička tema*
6. *Radionice: Pedagoško-metodičke teme za pripremanje početnika*

Predavači – voditelji: dr. Aleksandra Čižmešija, Boško Jagodić, Anica Kovač, mr. Ivan Mrkonjić

Mjesto održavanja skupa: hotel "Uvala Scott", Kraljevica,
tel.: 051/281-266; rezervirati hotel do 10. travnja 2001.