

# Zagonetke u nastavi i učenju kompetencija: razlozi, izbor i didaktički dizajn

Josip Sliško, Puebla, Meksiko

## Uvod

Od 2008. godine na Fakultetu fizičkih i matematičkih znanosti Autonomnog sveučilišta u Puebli držim obavezni, jednosemestralni kolegij "Razvoj sposobnosti kompleksnog mišljenja" u čijem sam kreiranju i sam sudjelovao. Neki od globalnih očekivanih rezultata studentskog učenja su sljedeći:

*Studenti će ojačati svoje kompetencije s pomoću razvoja kognitivnih sposobnosti da bi bili sposobni oblikovati i ocjenjivati svoje osobno mišljenje pri rješavanju problema i donošenju odluka, pripremajući se na taj način za interdisciplinarnu participaciju i cjeloživotno učenje.*

*Studenti će biti sposobni rješavati jednostavne konceptualne i kvantitativne probleme, koristeći se različitim oblicima razumnog zaključivanja (logičko, vizualno, aritmetičko, algebarsko i analogni).*

*Studenti će poboljšati osobno oduševljenje učenjem, poznavajući i primjenjujući faze i domene samoreguliranog učenja.*

*Studenti će biti spremni naučiti učiti, misliti kritički i kreativno, raditi grupno i donositi odluke temeljene na razumnom zaključivanju umjesto da slijede svoja vjerovanja i predrasude.*

Za primjerenu implementaciju kolegija, bitna su bila dva nimalo laka nastavna zadatka. Prvi je bio uvijek



riti studente da kroz kolegij imaju višestruke prilike za stjecanje kompetencija za uspješan život i rad u 21. stoljeću i da im stečena razina tih kompetencija, kroz prethodnu edukaciju, nije na zadovoljavajućoj razini. Prvi zadatak je implicirao ozbiljno čitanje pedagoške i ekonomske literature u kojoj se znanstveno definiraju i razmatraju te kompetencije. Drugi zadatak je tražio nalaženje problema koji na najjasniji način pokazuju postojanje dvaju tipova ljudskog mišljenja. Prvo je rutinsko ili zdravorazumsko, bazirano na svakodnevnim znanjima i iskustvima, dok je drugo nerutinsko i ono podrazumijeva kritičko i kreativno mišljenje.

Dobitnik Nobelove nagrade za ekonomiju, Daniel Kahneman, nazvao je nedavno ova dva načina ljudskog mišljenja jednostavno "brzo mišljenje" i "sporo mišljenje" (Kahneman, 2011.). "Brzo mišljenje"

je intuitivno i emocionalno, naporan i bez osjećaja svjesne kontrole. Nasuprot njemu, "sporo mišljenje" je naporna i kontrolirana mentalna aktivnost jer je više otvorena prema višestrukim kompleksnim razmatranjima i logici.

U prvom dijelu ovoga rada izložit ću potencijalno koristan sažetak literature o "kompetencijama za 21. stoljeće". Drugi dio ću posvetiti iznošenju svojih iskustava o upotrebi zagonetki u nastavi koja pretendira razvijati te kompetencije. Pokazalo se, već od prve implementacije kolegija, da dobro odabrane zagonetke omogućuju studentima fizike da zaključče kako su mnogi od njih "zatočnici" rutinskog mišljenja i da im je potrebno mnogo truda i učenja da bi stekli nove mentalne procedure nužne da bi ga detektirali i eliminirali. Rezultati su isti i u ovom semestru kada kolegij držim za studente koji počinju studirati matematiku.

## Kompetencije za život i rad u 21. stoljeću

Da bi u godinama koje slijede uspješno živjeli i radili u brzo mijenjajućem i nesigurnom svijetu, mladi ljudi danas trebaju reformirano, netradicionalno obrazovanje koje im pruža "kompetencije za 21. stoljeće" (Jackson i Davis, 2000.; OECD, 2004.; Pellegrino i Hilton, 2013.; Boyer i Crippen 2014.). Postoji ogromna raznolikost u pogledu definicija i redoslijeda popisa tih kompetencija. (Neki ih nazivaju i sposobnostima ili vještinama.)

To nije nikavo čudo jer generalno pretraživanje na Googleu izbacuje 625 tisuća stranica na kojima se

doslovno spominje sintagma "21st century skills". Čak kada se pretraživanje ograniči na akademske publikacije, rezultat je i dalje impresivan: 20 tisuća članaka. Samo u 2015. godini ih je objavljeno skoro dvije i pol tisuće. Analogno tome generalno pretraživanje na hrvatskom daje oko 600 stranica na kojima se spominju "kompetencije za 21. stoljeće". Od akademskih publikacija pažnju privlači članak "Kompetencije za život u 21. stoljeću i školski ciljevi učenika (Suzić, 2014.).

Tim Wagner (2008.) smatra, sasvim opravdano, da su te kompetencije ustvari "kompetencije preživljavanja" ("surviving skills"). Među njih ubraja: "kritičko razmišljanje i rješavanje problema"; "suradnju i liderstvo"; "učinkovitu usmenu i pisanu komunikaciju"; "pronalaženje i analiziranje informacija" i "radoznalost i maštu".

Istaknuta i vrlo aktivna udruga "Partnerstvo za kompetencije 21. stoljeća" ([www.p21.org](http://www.p21.org)) promovira kratku listu, poznatu i pod nazivom 4C-lista, koja sadrži samo četiri osnovne kompetencije čije su domene i opisi prikazani u tablici 1.

Razvoj učeničkih kompetencija rješavanja problema, premda je uvijek bio jedan od glavnih ciljeva nastave matematike na svim razinama obrazovanja, danas bi trebao biti osmišljen i proveden na takav način da učenici imaju što veći broj prilika za 4C-učenje: kritičko i kreativno mišljenje, komunikaciju i suradnju. Ocjena problemske situacije i rješenja je nemoguća bez kompetencije kritičkog mišljenja. Planiranje različitih strategija rješavanja izvrsna je prilika za vježbanje kreativnog mišljenja. Pisanje i razgovor o vlastitim idejama, o tome kako riješiti neki problem te razumijevanje ideja koje imaju druge osobe pomažu u socijalizaciji i unapređuju

**Tablica 1.** 4C-lista kompetencija za 21. stoljeće ([www.p21.org/storage/documents/4csposter.pdf](http://www.p21.org/storage/documents/4csposter.pdf))

Domena	Opis aktivnosti učenja koje promovira kompetenciju
kritičko mišljenje (engl. <i>Critical thinking</i> )	Razmatranje problema na novi način, integrirajući znanja iz raznih predmeta i disciplina
suradnja (engl. <i>Collaboration</i> )	Grupni rad pri postizanju cilja, stavljajući u funkciju talent, stručnost i mudrost
komunikacija (engl. <i>Communication</i> )	Dijeljenje misli, pitanja, ideja i rješenja
kreativnost (engl. <i>Creativity</i> )	Isprobavanje novih pristupa u rješavanju problema vodi do inovacija i otkrića

komunikativne kompetencije. Aktivno sudjelovanje u grupnom rješavanju problema omogućuje da se uči i razvija kompetencija suradnje.

Kad učenici, kompetentni u kritičkom mišljenju i rješavanju problema, postanu zaposlenici, opravdano se očekuje da budu sposobni:

- praktimirati ispravno rezoniranje i analitičko razmišljanje
- koristiti znanja, činjenice i podatke za rješavanje problema na radnom mjestu i
- primjenjivati matematičke i znanstvene pojmove u formuliranju, analizi i rješavanju specifičnih teškoća.

U Gallupovu istraživanju "Kompetencije za 21. stoljeće i radno mjesto" (Gallup, 2013.) utvrđeno je da postoji veza i pozitivna korelacija između

- 1) razvoja kompetencija za 21. stoljeće u posljednjih godinu dana škole i učeničkih akademskih aspiracija i angažmana
- 2) veće kvalitete rada u kasnijem životu.

Među konstruktima koji su ocjenjivani u istraživanju, rješavanje problema povezanih sa stvarnim svijetom i dobar odnos učenik – nastavnik bili su dva primarna pokretača za kvalitetniji rad kasnije u životu. U zaključku se navodi da učenici, kako bi ostvarili pravi utjecaj na buduću kvalitetu rada, moraju imati česte i dosljedne mogućnosti za razvoj kompetencija za 21. stoljeće.

Analizirajući kompetencije koje se odnose na komunikaciju, kritičko mišljenje i rješavanje problema, Teresa Carlgren (2013.) smatra da njihovo aktualno učeničko učenje ometaju tri prepreke: struktura postojećeg sustava obrazovanja na zapadu, složenost samih kompetencija i nepripremljenost nastavnika za podučavanje tih kompetencija u okviru sadržaja njihovih kolegija. Njezin prijedlog je da se uspostavi određeni kolegij u kojem bi se učenici mogli posvetiti identificiranju, učenju, istraživanju, sintezi i primjeni tih kompetencija u različitim kontekstima i problemima. Iako mnogi argumentiraju da kompetencije 21. stoljeća treba praktimirati i poboljšavati u svakom školskom predmetu, rješenje bi moglo biti uvođenje novog predmeta, jer u nekim predmetima nastavnici ne pružaju učenicima potrebne mogućnosti (Happ, 2013.).

Uzimajući u obzir njihovu već obrazloženu važnost, nije iznenađenje da postoje mnogi prijedlozi kako podučavati i ocjenjivati kompetencije za 21. stoljeće (Silva 2008.; Greenstein, 2012., Griffin, McGaw i Care, 2012.; Clapp, 2014.; Darling-Hammond, 2014.).

## Kako najpoznatije svjetske tvrtke biraju svoje zaposlenike?

Danas, kada se sva suvremena društva na lokalnoj, regionalnoj i globalnoj razini suočavaju sa stalno rastućim brojem složenih problema, od globalnog zatopljenja i ograničenog gospodarskog rasta do zaštite zdravlja i proizvodnje hrane, od zagađenja i terorizma do nezaposlenosti i digitalnog jaza (engl. *digital divide*), mnogima je kristalno jasno da se bavljenje tim i drugim problemima ne može prepuštiti samo znanstvenicima i političarima. Svi građani moraju sudjelovati i doprinosti, gdje god se nalazili i kojim god mentalnim, materijalnim i društvenim resursima raspolagali. Danas osobni i život u zajednici postaju sve više i više fenomen kontinuiranog rješavanja problema, u kojem vještine kreativnog i kritičkog razmišljanja igraju ključnu ulogu.

U takvoj konstelaciji stvari, Keeling i Hersh smatraju da učenje, koje treba aktualna ekonomija temeljena na znanju (engl. *knowledge-based economy*),

*... zahtijeva da učenici budu u potpunosti aktivni sudionici u snažnom intelektualnom, društvenom i razvojnom procesu. Taj proces zahtijeva strogu samodisciplinu, trud i zalaganje, traži dobro obučene nastavnike, motivirajući i raznolik nastavni plan i program i s ciljem dizajniranog, motivirajućeg, formirajućeg i podržavajućeg okruženja za učenje (Keeling i Hersh, str. 20).*

Međutim, sveučilišna nastava i ona prije nje, čak i u većini industrijaliziranih zemalja poput SAD-a, je spora i nespremna za prikladnu reakciju na hitne ekonomske i socijalne potrebe. Keeling i Hersh su formulirali dramatičnu dijagnozu te situacije:

*Istina je bolna, ali se mora čuti: ne razvijamo puni ljudski i intelektualni kapacitet današnjih*

*studenta, jer oni ne uče dovoljno i zato što je učenje, koje se stvarno dogodi, slučajno i loše kvalitete. Premalo je naših diplomiranih studenata spremno razmišljati kritički i kreativno, govoriti i pisati uvjerljivo i jasno, rješavati probleme, shvatiti složena pitanja, prihvatiti odgovornost, razumjeti perspektivu drugih, ili ispuniti očekivanja poslodavaca. Metaforički govoreći, mi gubimo naše umove (Keeling i Hersh, 2012., str. 1).*

Ako edukacijski sustavi ne ispunjavaju svoju očekivanu i prijeke potrebnu društvenu ulogu, kako će tvrtke birati zaposlene koji mogu ispuniti njihova očekivanja?

Ispostavilo se da su se posljednjih godina Microsoft, Google i druge *high-tech* tvrtke, u svojim ekstremno napornim razgovorima s kandidatima za posao, koristili velikim brojem logičkih i matematičkih zagonetki i "nemogućim pitanjima" (Poundstone, 2003.; Poundstone, 2012.). "Intervjui sa zagonetkama" postali su tako novi trend u zapošljavanju. Od Wall Streeta do Silicijske doline, poslodavci koriste teška i lukava pitanja kako bi se ocijenila inteligencija, imaginacija i sposobnost rješavanja problema kandidatkinja ili kandidata – kompetencije nužno potrebne za opstanak i uspjeh na današnjem hiperkonkurentnom globalnom tržištu. Menadžeri koji traže najtalentiranije zaposlenike moraju naučiti kako ugraditi dobre (i nepoznate) zagonetke u razgovore koje će voditi pri pronalasku najboljih kandidata. Oni koji traže posao moraju otkriti kako se boriti s pitanjima od kojih "eksploDIRA mozak" i kako steći prednost koja bi mogla dovesti do zaposlenja života. Tako važna uloga zagonetki, koje su preuzele funkciju nekadašnjih "testova inteligencije", dovoljan je povod da se ponovno preispitaju njihovi edukacijski potencijali i rezultati.

## Učenje kompetencija temeljeno na zagonetkama i zabavnim zadacima

Zagonetke su dio ljudske kulture od najranijih vremena. Mnogi smatraju da one imaju samo zabavnu funkciju, poput dobrih šala ili pjesama prikladnih za razonodu i slobodno vrijeme. Međutim, njihova

velika popularnost i dugo trajanje pokazuju da one izražavaju duboku, gotovo instinktivnu ljudsku sklonost prema misterijima i nepoznatom (Danesi, 2002.). Pored zagonetki koje su izazov ljudskoj pojmovnoj domišljatosti, postoje kvantitativne zagonetke koje su mnogo više od puke zabave i za čije je rješenje, pored pravilnog uvida u njihovu neočiglednu bit, potrebno i određeno matematičko znanje. Te matematičke zagonetke čine osnovu "zabavne matematike" (engl. *recreational mathematics*). U tom su području tijekom niza stoljeća objavljene mnoge knjige koje čine impresivnu bibliografiju (Shaaf, 1955.). Kratka lista korisnih knjiga na hrvatskom jeziku navedena je u jednom članku o zabavnoj matematici objavljenom u ovom časopisu (Dakić, 2009.).

Krajem 8. stoljeća, Alcuin je kvantitativne zagonetke, koje nemaju neposrednu primjenu, uključio, zajedno s praktičnim problemima, u prvu zbirku zadataka za matematičku edukaciju mladih (Hadley i Singmaster, 1992.). Međutim, ta početna simbioza je kasnije prestala postojati, jer su se matematički udžbenici (koji slijede kurikularne sadržaje i zahtjeve) i knjige zabavne matematike (koje slijede interese, kreativnost i kriterije autora) postupno udaljavali da bi postali dva zasebna područja publiciranja namijenjena različitim grupama čitatelja i korisnika. Martin Gardner, neosporna legenda formuliranja i popularizacije zabavnih matematičkih zagonetki i igara kroz redovnu kolumnu u prestižnom časopisu *Scientific American*, napisao je sljedeće:

*Mjesečni časopis Nacionalnog vijeća nastavnika matematike (National Council of Teachers of Mathematics), Mathematics Teacher, često objavljuje članke sa zabavnim temama. Većina nastavnika, međutim, i dalje ignorira takav materijal. Tijekom 40 godina ulagao sam veliki napor da uvjerim nastavnike kako zabavna matematika treba biti ugrađena u standardni kurikulum. Ona bi trebala biti redovito uvođena kao način da zainteresiramo mlade učenike za čudesu matematike. Međutim, dosad je pomak u tom smjeru zaleđen (Gardner, 1998.).*

Pojedinačne kvantitativne, vizualne, logičke ili manipulativne zagonetke odavno su korištene kao korisne zadaće u istraživanju kognitivnih procesa (Allport, 1997.) i u knjigama koje podučavaju generalne strategije za poboljšanje mišljenja, učenja i

kreativnosti (Bransford i Stein, 1993.). Međutim, tek nedavno su se počele pojavljivati knjige o tome kako sustavno upotrebljavati zagonetke za učenje kompetencija kritičkog mišljenja i rješavanja problema (Michalewicz i Michalewicz, 2008.; Meyer, Falkner, Sooriamurthi i Michalewicz, 2014.). Učenje bazirano na zagonetkama (engl. *puzzle-based learning*) je efikasno zbog sljedećih razloga:

*Zagonetke su poučne jer ilustriraju korisna (i snažna) pravila rješavanja problema na vrlo zabavan način.*

*Zagonetke zaokupljaju i navode na razmišljanje.*

*Suprotno od mnogih udžbeničkih problema, zagonetke nisu vezane niti za jedno poglavlje (kao što je slučaj i s problemima iz stvarnog života).*

*Moguće je govoriti o različitim tehnikama (primjerice simulaciji, optimizaciji), disciplinama (na primjer vjerojatnosti, statistici), ili područjima primjene (primjerice izrada rasporeda, financije) i ilustrirati njihovo značenje razmatrajući nekoliko jednostavnih zagonetki. Istovremeno, učenici su svjesni da su mnogi zaključci primjenjivi i u širem kontekstu pri rješavanju problema iz stvarnog života (Michalewicz i Michalewicz, 2008., p. XII).*

Sličnu argumentaciju koristi Kurnik (Miš 45, 2008., str. 197.) kada opisuje karakteristike "zabavnih zadataka" koji mogu pomoći u razvijanju logičkog rasuđivanja i domišljatosti, te u pobuđivanju interesa za matematiku:

*"1) Zabavni zadatci su matematičke minijature za čije je rješavanje dovoljno najosnovnije znanje iz aritmetike, algebre i geometrije.*

*2) Formulacije zadataka su jednostavne i svake razumljive.*

*3) Tekstovi su pisani u obliku malih duhovitih pričica iz svakidašnjeg života.*

*4) Veće matematičko predznanje nije uvijek garancija bržeg rješavanja.*

*5) Problemi nisu uvijek lagani, mnogi od njih zahtijevaju priličan umni napor, logičko rasuđivanje, a posebno domišljatost u pronalaženju puta prema njihovom rješenju."*

## Zagonetke kao izazov rutinskom i intuitivom mišljenju

Kroz dosadašnji rad u kolegiju "Razvoj sposobnosti kompleksnog mišljenja" naučio sam da je veoma važno izabrati one zagonetke ili "zabavne zadatke" koje svojom formulacijom aktiviraju rutinsko mišljenje. Takvo mišljenje ili dovodi do brzog i pogrešnog odgovora ili do iluzije da je zagonetka nerješiva. Kolegij uvijek počinje sljedećom zagonetkom:

*"Otac ima tri naranče u košari i tri kćeri. Može li svakoj kćeri dati po jednu naranču, a da ipak jedna naranča ostane u košari?"*

*(a) Da. (b) Ne. (c) Ne mogu naći odgovor."*

Jako mali broj studenata nalazi pravi, nerutinski odgovor: Prvoj i drugoj kćeri otac daje po jednu naranču izvađenu iz košare, a treća kćer dobiva naranču u košari.

Ostali studenti smatraju da je to nemoguće ( $3 - 3 = 0!$ ) ili proizvoljno modificiraju problemsku situaciju tako da pozitivan odgovor postaje "moguć". Neki od popularnih primjera "neproduktivne kreativnosti" su: Otac ima jednu dodatnu naranču u džepu. Jedna kćer ne jede naranče pa dobivenu vrati u košaru. Svakoj kćeri otac daje po dvije trećine naranče.

Da bi se uvjerali u univerzalnost prisustva rutinskog mišljenja u ljudima, svaki student ima zadatak pronaći odgovore koje na zagonetku daje pet osoba različite dobi i zanimanja. Na taj način se dobije između 150 i 200 odgovora koje je moguće analizirati, klasificirati i iz njih izvući odgovarajuće zaključke.

Nakon što su iskusili razliku između rutinskog i nerutinskog mišljenja, u sljedećim zagonetkama studenti imaju zadatak pokušati sami pronaći rutinske i nerutinske odgovore. Neke od uspješnih zagonetki su sljedeće:

*Ivan želi napraviti za ručak tri pljeskavice. Sva-ku stranu pljeskavice treba pržiti 2 minute. Kako u tavu stanu samo dvije pljeskavice, Ivan je izračunao da je za prženje triju pljeskavica potrebno 8 minuta. Njegova sestra Marija smatra da ih je moguće ispržiti za 6 minuta. Koji postupak je zamislio Ivan, a koji Marija?"*

Jedna vrsta lopoča brzo raste, povećavajući svakog dana površinu svojih listova dva puta. Ako su lopoči potpuno prekrili površinu jednog jezera za 30 dana, koliko bi im dana bilo potrebno da prekriju polovinu jezerske površine? Navedi svoj odgovor i najčešći pogrešan odgovor temeljen na rutinskom mišljenju.

Ne navodeći razloge, jedan puž želi stići na vrh stupa visokog 10 metara. Tijekom dana se popne 3 metra, ali se tijekom noći spusti za 2 metra. Za koliko dana i noći će puž stići na vrh stupa?

Navedi svoj odgovor i najčešći pogrešan odgovor.

## Zagonetke koje dopuštaju više načina nalaženja točnog odgovora

Za postizanje ciljeva kolegija, posebnu važnost imaju zagonetke koje, osim aktiviranja rutinskog ili intuitivnog mišljenja, dozvoljavaju da se do točnog odgovora dođe različitim putovima i reprezentacijama. Takve su, na primjer, zagonetke:

Između dvaju hipotetičkih gradova, nazovimo ih Ljepota i Nada, 24 sata prometuju vlakovi po pravocrtnim i paralelnim prugama. Putovanje od Ljepote do Nade, kao i od Nade do Ljepote, traje točno 3 sata. Koliko će vlakova, koji dolaze iz smjera Nade, izbrojiti osoba koja putuje od Ljepote do Nade? Napomena: Broji se i vlak koji dolazi na kolodvor u Ljepoti u trenutku polaska i vlak koji polazi s kolodvora u Nadi u trenutku dolaska.

(a) 3 vlaka. (b) 4 vlaka. (c) 5 vlakova.  
(d) 6 vlakova. (e) 7 vlakova. (f) 8 vlakova.

U dvjema identičnim posudama nalaze se iste količine vode, obojene crvenom i zelenom bojom. Iz posude s crvenom vodom zahvati se jedna žlica i izlije u posudu sa zelenom bojom. Vode se dobro izmiješaju, pa se zahvati jedna žlica mješavine i izlije u posudu s crvenom bojom. Koja od triju navedenih tvrdnji je točna?

(a) Količina crvene vode u zelenoj vodi jednaka je količini zelene vode u crvenoj vodi.  
(b) Količina crvene vode u zelenoj vodi veća je

od količine zelene vode u crvenoj vodi.

(c) Količina crvene vode u zelenoj vodi manja je od količine zelene vode u crvenoj vodi.

Kako prostor u ovom članku ne dozvoljava detaljno izlaganje i analizu studentskih odgovora (to bi mogao biti sadržaj nekog budućeg priloga), istaknut ću samo njihove najvažnije karakteristike.

- 1) Većina studenata bira intuitivne i pogrešne odgovore: "4 vlaka" i "količina crvene vode u zelenoj vodi veća je od količine zelene vode u crvenoj vodi".
- 2) U traženju odgovora studenti ne koriste spontano resurse koje su "vježbali" u standardnim zadacima školske fizike i matematike: grafove "položaj – vrijeme" i algebarsko modeliranje. To nisu u stanju iskoristiti ni kada se takav pristup traženju točnog odgovora eksplicitno traži.

## Didaktičko dizajniranje aktivnosti učenja

Da bi se potaknulo samoregulirano učenje (Zimmerman, 1990.) i strategijsko ponašanje u rješavanju problema (Polya, 2014.), od studenata se traži da u prvoj fazi učenja samostalno razmišljaju i **pišu** o razumijevanju zagonetke, o planu rješavanja i njegovoj realizaciji, te o ispravnosti svojih odgovora. Studentima se posebno sugerira da detektiraju i obrazlože nedoumice koje se javljaju.

U drugoj fazi učenja, studenti formiraju grupe i raspravljaju o osobnim odgovorima i nedoumicama, nastojeći doći do najboljeg odgovora. Na kraju te faze, studenti javno izlažu i upoređuju grupne odgovore.

U trećoj fazi, detaljno im komentiram grupne odgovore i, ako je potrebno, izlažem ekspertno rješenje.

Učenje završava obaveznom ili neobaveznom domaćom zadaćom u kojoj treba sažeti sva iskustva stečena u prvim trima fazama. Zadaća se realizira kao Word dokument sa strukturom koja podsjeća na strukturu znanstvenih članaka (atraktivan naslov, sažetak, uvod, barem tri podnaslova i zaključak). Studenti veoma brzo uoče da je razumijevanje ekspertnog rješenja mnogo dublje i trajnije nakon eksplicitno promišljenih i argumentiranih osobnih i grupnih pokušaja.

Refleksivne završne zadaće zainteresiranih studenata (neke prikupe i do osam stranica teksta!) jasno pokazuju da oni ostvaruju značajan napredak, kako u spomenutim kompetencijama za 21. stoljeće, tako i u samoreguliranom učenju. Samoregulirano učenje je neopravdano zanemarena protokompetencija bez koje je učenje ostalih kompetencija ili znatno otežano ili nemoguće.

#### LITERATURA

- 1/ G. W. A. Allport, (1997.), *Planning and problem solving using the five disc Tower of London task*, The Quarterly Journal of Experimental Psychology: Section A, 50(1), 49–78.
- 2/ W. Boyer i C. L. Crippen, (2014.), *Learning and Teaching in the 21st Century: An Education Plan for the New Millennium Developed in British Columbia, Canada*, Childhood Education, 90(5), 343–353.
- 3/ J. D. Bransford i B. S. Stein, (1993.), *The Ideal Problem Solver*, A Guide for Improving Thinking, Learning, and Creativity, Second Edition, New York: W. H. Freeman and Company.
- 4/ T. Cartgren, (2013.), *Communication, Critical Thinking, Problem Solving: A Suggested Course for All High School Students in the 21st Century*, Interchange, 44, 63–81.
- 5/ E. P. Clapp, (2014.), *Reframing creativity as a distributed and participatory process: Establishing practical assessments for complex 21st century skills*, Journal of Public Economics, 110, 147–156.
- 6/ L. Darling-Hammond, (2014.), *Next Generation Assessment: Moving Beyond the Bubble Test to Support 21st Century Learning*, John Wiley i Sons.
- 7/ M. Danesi, (2002.), *The Puzzle Instinct: The meaning of puzzles in human life*, Indiana University Press.
- 8/ B. Dakić, (2009.), *Zabavna matematika i nastava matematike*, Matematika i škola, 48, 106–111.
- 9/ Gallup (2013.), <http://www.gallup.com/strategicconsulting/162821/21st-century-skills-workplace.aspx> (preuzeto 15. rujna 2014.).
- 10/ M. Gardner, (1998.), *A Quarter-Century of Recreational Mathematics*, Scientific American – American Edition, 279, 68–75.
- 11/ L. Greenstein, (2012.), *Assessing 21st century skills: A guide to evaluating mastery and authentic learning*, Thousand Oaks, CA: Corwin.
- 12/ P. Griffin, B. McGaw i E. Care (2012.), *Assessment and teaching of 21st century skills*, Dordrecht: Springer.
- 13/ D. W. Happ, (2013.), *Results of a survey of 21st century skills of communication, collaboration, critical thinking, and creativity*, Neobjavljena doktorska disertacija, Ann Arbor: American International College.
- 14/ J. Hadley i D. Singmaster, (1992.), *Problems to Sharpen the Young*, The Mathematical Gazette, 76 (475), 102–126.
- 15/ A. W. Jackson i G. A. Davis, (2000.), *Turning points 2000: Educating adolescents in the 21st century*, Teachers College Press New York.
- 16/ D. Kahneman, (2011.), *Thinking, fast and slow*, New York: Farrar, Strauss and Giroux.
- 17/ Keeling, R. P., Hersh R. H. (2012). *We're Losing Our Minds*, Rethinking American Higher Education, New York: Palgrave Macmillan.
- 18/ Z. Kurnik, (2008.), *Zabavna matematika*, Matematika i škola, 45, 196–202.
- 19/ E. F. Meyer, N. Falkner, R. Sooriamurthi i Z. Michalewicz, (2014.), *Guide to Teaching Puzzle-based Learning*, London: Springer.
- 20/ Z. Michalewicz, M. Michalewicz, (2008.), *Puzzle-based learning: an introduction to critical thinking, mathematics, and problem solving*, Melbourne: Hybrid Publishers.
- 21/ OECD (2004.), *Innovation in the knowledge economy: Implications for education and learning*, OECD Publishing, Paris.
- 22/ J. W. Pellegrino i M. L. Hilton (Eds.), (2013.), *Education for life and work: Developing transferable knowledge and skills in the 21st century*, National Academies Press.
- 23/ G. Polya, (2014.), *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method: A New Aspect of Mathematical Method*, Princeton: Princeton University Press.
- 24/ W. Poundstone, (2003.), *How Would You Move Mount Fuji? Microsoft's Cult of the Puzzle. How the World's Smartest Companies Select the Most Creative Thinkers*, New York: Little, Brown and Company.
- 25/ W. Poundstone, (2012.), *Are you smart enough to work at Google? Fiendish Puzzles and Impossible Interview Questions from the World's Top Companies*, Oxford: Oneworld Publications.
- 26/ W. L. Schaaf, (1955.), *A Bibliography of Recreational Mathematics*, Volumes I-IV, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- 27/ E. Silva, (2008.), *Measuring Skills for the 21st Century*, Washington, DC: Education Sector.
- 28/ N. Suzić, (2014.), *Kompetencije za život u 21. stoljeću i školski ciljevi učenika*, Pedagogijska istraživanja, 11(1), 111–120.
- 29/ B. J. Zimmerman, (1990.), *Self-regulated learning and academic achievement: An overview*, Educational psychologist, 25(1), 3–17.
- 30/ T. Wagner, (2008.), *Rigor redefined*, Educational Leadership, 66(2), 20–25.