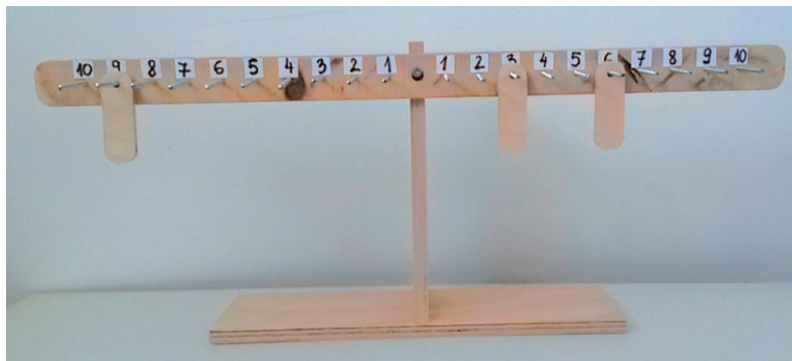


Balansirajuća greda

Viktorija Horvat, Legrad
Dubravka Glasnović Gracin,
Zagreb



Upotreba konkretnih materijala u osnovnoj školi vrlo je važna jer baratanje njima u sklopu istraživačke nastave učeniku može omogućiti lakše razumijevanje apstraktnih matematičkih pojmova. Balansirajuća greda jedan je od primjera konkretnog materijala koji je namijenjen shvaćanju pojma jednakosti, a objedinjuje modele vage i brojevnog pravca te sadržaje iz matematike i fizike.

Uvod

U početnoj nastavi matematike jednakost se često prebrzo preskače jer "Što se tu ima obrađivati? $3 = 3$ i to je to". Mnogo više vremena nastavnici posvećuju nejednakosti i simbolima $<$ i $>$. Ponekad se prebrzo prelazi i s konkretnih predmeta i slika na apstraktnu razinu (Sharma, 2001). Iskustvo po vertikali pokazuje da ako se dobro ne usvoji pojam jednakosti već u prvom razredu, učenici mogu imati problema s računanjem u aritmetici, kasnije s izračunavanjem jednadžbi, nejednadžbi, razlikovanjem jednadžbe i izraza i sl. Upravo iz tog razloga jako je važno u razrednoj nastavi dobro usvojiti pojam jednakosti koja se tada može uvesti kao **matematička rečenica** koja se sastoji od znaka $=$, lijeve strane jednakosti i desne strane jednakosti. Kako već od prvog razreda učenike

učimo matematičkom jeziku i kulturi, i jednakost bi u tom procesu učenja matematičkog jezika trebala naći svoje važno mjesto koje joj i pripada.

Modeli jednakosti

Markovac (2001.) ističe da znanje odnosa među brojevima uključuje dvije spoznaje: o odnosima između dva broja i o tome zašto je jedan veći, a drugi manji, odnosno zašto su jednaki. Učenici brže i lakše usvajaju spoznaju o odnosima među brojevima, a teže i sporije onu o razlozima zašto je jedan veći, a drugi manji, odnosno zašto su jednaki. U poticanju obrazlaganja zašto je tomu tako mogu nam pomoći modeli uspoređivanja, poput, primjerice, modela vage, modela duljine i modela količine.

Model vage

Dvokraka vaga (slika 1) može poslužiti kao model jednakosti jer učenik s pomoću nje može uočiti lijevu i desnu stranu jednakosti, kao i pojam ravnoteže koji se dovodi u vezu sa znakom $=$. Pritom je važno ne samo da nastavnik demonstrira, već da učenici sami isprobavaju i istražuju jednakosti i nejednakosti s dvokrakim vagama i različitim i jednakim masama utega i predmeta.



Slika 1. Dvokrake vage

Važno je da zdjelice na krakovima vage u koje će učenici stavljati predmete budu jednako udaljene od središta. Na taj način čak i mnogo prije nego se uči masa i mjerenje mase učenici imaju iskustvo mjerenja, ali s naglaskom na jednakosti i nejednakosti. Kasnije se tom iskustvu dodaje ideja mase, činjenice da volumenom veća tijela ne moraju imati nužno i veću masu ako su napravljena od različitih materijala, a još kasnije i moment sile, gdje se uočava da na dvokrakoj vagi nije svejedno na kojem mjestu kraka stavljamo teret. To sve učenici kroz iskustvo mogu istražiti u predškoli i razrednoj nastavi, bez dodatnih teoretiziranja.



Slika 2. Vaga izrađena od vješalice

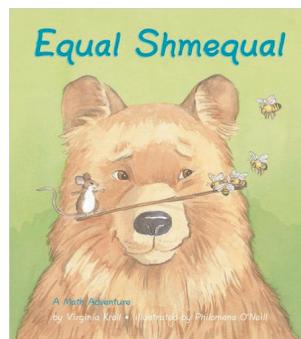
Dvokrake vage za razred mogu biti skupe, no nastavnik ih sam može načiniti, primjerice s pomoću obične vješalice, konopca i dvije čašice (slika 2). Moramo biti svjesni da će učenici pritom teško postići "savršenu" ravnotežu, ali ona ovdje nije važna koliko shvaćanje pojma jednakosti, ali i poticanje fine motorike i strpljivosti, koje današnjim učenicima itekako nedostaju.

Model dvokrake vage može se predočiti i jednostavnom klackalicom (slika 3), ali treba paziti da u jednostavnijim slučajevima uspoređivanja u razrednoj nastavi udaljenost utega (predmeta) od središta bude jednaka na oba kraka vage.



Slika 3. Klackalica

Model klackalice i uspoređivanja odlično je prikazan u svjetski poznatoj slikovnici *Equal Shmequal*, koju preporučujemo za početno usvajanje pojma jednakosti (slika 4).

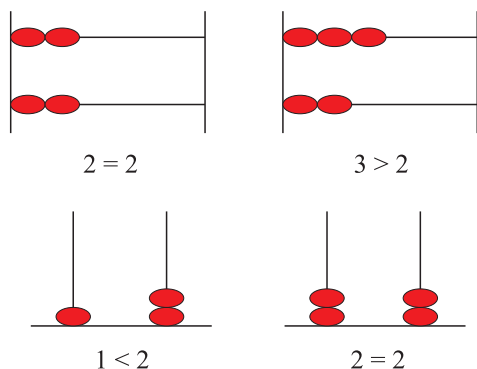


Slika 4. Slikovnica *Equal Shmequal* (Kroll i O'Neill, 2005.)

Model duljine

Jednakost i nejednakost se učenicima može perceptivno uvesti i preko modela duljine. Radi se o vizualnom uspoređivanju duljina dužina. U predškoli i prvom razredu je pritom važno da konkretni materijali koji predstavljaju te dužine (stupići, nanizane

perlice i sl.) imaju poravnate početke, a obično su prikazane u horizontalnom ili vertikalnom položaju (slika 5).



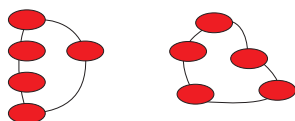
Slika 5. Horizontalno i vertikalno vizualno uspoređivanje

Osim modela duljina mogli bismo govoriti i o modelima površine i obujma, no za početna uspoređivanja model duljine je učenicima mlađe dobi najupečatljiviji.

Uspoređivanje na modelu duljine povezano je i s modelom brojevnog pravca jer na uobičajeno postavljenom brojevnom pravcu veći će se brojevi nalaziti desno, a manji lijevo od zadanog broja. Na termometru pak, također kao modelu brojevnog pravca, veći su brojevi najčešće smješteni iznad (gore), a manji ispod zadanog broja.

Model količine

U skupovnom prikazu broja elementi skupa nisu uvijek složeni u niz kako bismo ih lakše usporedili (slika 6).



Slika 6. Gdje je više perlica?

Učenik više ne može isključivo vizualno odrediti gdje ih je više, već ih mora **prebrojiti**, posebice ako se radi o većem broju elemenata. Iz tog razloga ovaj je model misaono zahtjevniji i trebao bi u nastavi doći nakon modela vage i duljine.

Balansirajuća greda

Među modelima uspoređivanja svoje mjesto nalazi i tzv. balansirajuća greda (Sharma, 2001; Horvat, 2015). Balansirajuća greda je didaktičko pomagalo koje se zasniva na modelu vage i brojevnog pravca. Komplet se sastoji od balansirajuće grede i dvadesetak utega jednake mase. Greda s brojevima od 10 do 1 i od 1 do 10 balansira na stalku (slika 7). Ispod svakog broja je klin na koji učenik može objesiti željeni broj utega. Utezi imaju izgled plastičnih (ili drvenih) pločica s rupicom. Svaki uteg ima vrijednost jedne jedinice.

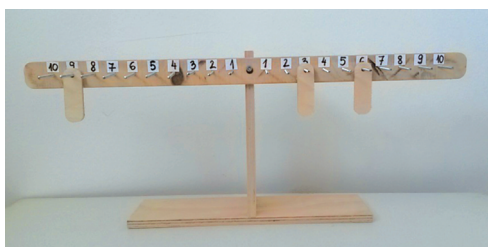


Slika 7. Balansirajuća greda, jednakost $2 = 2$

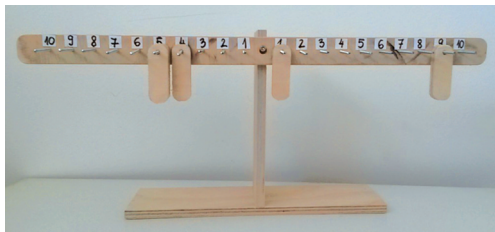
Ovo nastavno sredstvo je namijenjeno shvaćanju pojmova jednakosti i nejednakosti kroz istraživanje učenika (slike 8, 9 i 10). Kasnije na satu fizike se može povezati i s problematikom poluge i momenta sile.



Slika 8. Nejednakost $9 > 6$



Slika 9. Jednakost $9 = 3 + 6$



Slika 10. Jednakost $3 \cdot 5 + 4 = 1 + 2 \cdot 9$

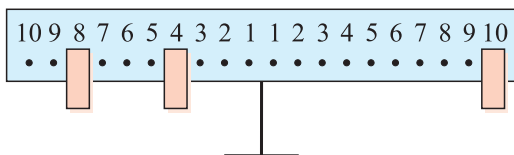
Aktivnosti s balansirajućom gredom

Potencijali ovog nastavnog sredstva otvaraju niz mogućnosti za primjenu u raznim aktivnostima u razredu. Ovdje donosimo neke od njih (Horvat, 2015.).

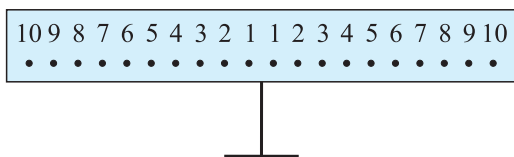
Zadatak 1. Koja je jednakost prikazana na slici? Objasni i zapiši matematičkim znakovima.



Zadatak 2. Je li donja slika ispravno nacrtana? Objasni. Ako nije, nacrtaj odgovarajući uteg tako da jednakost bude točna. Nađi sve mogućnosti.



Zadatak 3. S pomoću tri utega stavi gredu u ravnotežu, dopuni crtež i objasni. Tu jednakost zapiši matematičkim znakovima.



Zaključak

Analiza udžbenika prvih razreda osnovne škole i lekcija vezanih uz jednakost (Horvat, 2015.) pokazuje da se u udžbenicima pojam jednakosti uvodi postupno, od konkretnog prema apstraktnom. U različitim udžbenicima prevladavaju različiti pristupi pojmu jednakosti, posebice vezano uz modele jednakosti. Dok se u nekima pojam jednakosti i uspoređivanja uvodi s pomoću prebrojavanja, u drugima se uvodi s pomoću bijekcije i duljine. No, model vage nije bio prisutan niti u jednom od analiziranih udžbenika. Ovaj nalaz upućuje da i u našoj nastavi vjerojatno model vage nije dovoljno iskorišten kod uvođenja i shvaćanja pojma jednakosti. To može dovesti do nedovoljnog razumijevanja od strane učenika, stvaranja pogrešnih predodžbi i nedostatka iskustva kroz istraživačko učenje.

Ako se pojam jednakosti dobro ne usvoji u početnom učenju matematike, učenik kasnije može imati problema sa sljedećim matematičkim konceptima: brojevi, računske operacije, svojstva računskih operacija, matematički termini i znakovi, rješavanje jednadžbi, nejednadžbi itd. Stoga je važno smisleno i često upotrebljavati balansirajuću gredu i vagu u nastavi matematike.

LITERATURA

- 1/ V. Horvat (2015.): *Pristup pojmu jednakosti u razrednoj nastavi matematike*, Diplomski rad, Učiteljski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Odsjek u Čakovcu.
- 2/ V. Kroll, Ph. O'Neill (2005.): *Equal Shmequal*, Watertown: Charlesbridge.
- 3/ J. Markovac (2001.): *Metodika početne nastave matematike*, Zagreb: Školska knjiga.
- 4/ M. Sharma (2001.): *Matematika bez suza*, Zagreb: Ostvarenje.