

Izložba *Imaginary*

– čarobna matematika

Bojan Crnković, Doris Dumičić Danilović, Vedrana Mikulić Crnković i Andrea Švob, Rijeka

Na Odjelu za matematiku Sveučilišta u Rijeci, u razdoblju od 19. travnja 2016. godine do 10. lipnja 2016. godine bila je postavljena izložba ***Imaginary – čarobna matematika***. Izložbu je organizirao Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci u suradnji s institutom Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach iz Njemačke.

Imaginary je projekt koji je osmislio i realizirao njemački institut Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach. Sama ideja po prvi put je predstavljena 2008. godine izložbom radova nastalih u okviru projekta. Jedan od osnovnih (ili najvažnijih) rezultata *Imaginary*-projekta je program otvorenog koda Surfer, platforme za interaktivnu matematiku koja vrlo jednostavno može biti integrirana u svakodnevnu nastavu matematike osnovnih i srednjih škola te na studijima matematike. Uz program Surfer, projektom je realiziran čitav niz interaktivnih programa koji se koriste u vizualizaciji matematičkih objekata, a budući da se svim osmišljenim programima iznimno lako koristiti, ovaj projekt učenicima i nastavnicima omogućuje jednostavnu realizaciju vlastitih ideja te potiče maštovitost i kreativnost autora što onda nerijetko prerasta u ugodno i uzbudljivo istraživanje, a to je i jedan od osnovnih ciljeva *Imaginary*-projekta. Svi sadržaji izrađeni u okviru *Imaginary*-projekta, uključujući računalne programe, slike visoke kvalitete, pripremljene datoteke za izradu 3D printanih sadržaja i filmovi, dostupni su bez naknade svakome tko odluči organizirati matematičku izložbu.



Slika 1. Svečano otvorenje na Odjelu za matematiku

Izložbe su do sada organizirane u više od 150 gradova u više od 30 država i vidjelo ih je više od 2 000 000 posjetitelja. Ovo je prva izložba organizirana u Hrvatskoj. Na Odjelu za matematiku Sveučilišta u Rijeci izložbu je vidjelo oko 800 posjetitelja, većim dijelom učenici i nastavnici. Izložba je za posjetitelje bila besplatna, a za najavljene grupe učenika djelatnici i studenti Odjela su osmislili i pripremili stručno vođenje i interaktivne radionice.

doc. dr. sc. Bojan Crnković, Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, bojan.crnkovic@math.uniri.hr
 dr. sc. Doris Dumičić Danilović, Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, ddumicic@math.uniri.hr
 doc. dr. sc. Vedrana Mikulić Crnković, Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, vmikulic@math.uniri.hr
 dr. sc. Andrea Švob, Odjel za matematiku Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, asvob@math.uniri.hr

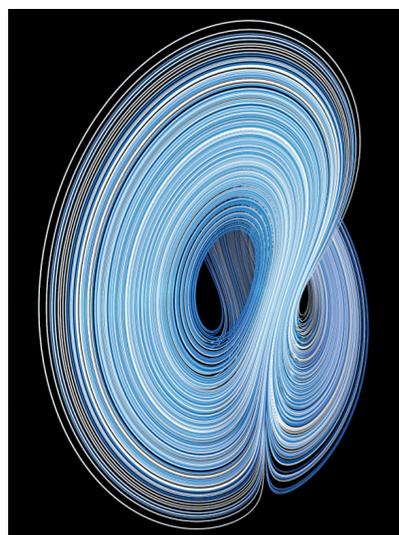


Slika 2. Organizirano vođenje izložbe

Izložbu su činile slike matematičkih objekata izrađene većinom u programu otvorenog koda Surfer te su poslije obrađene u drugim besplatnim programima, 3D printane skulpture matematičkih objekata, matematički filmovi i interaktivne matematičke demonstracije.

Zanimljivost izložbe leži upravo u činjenici da su posjetitelji mogli uočiti blisku vezu između matematike i umjetnosti te osjetiti kako se ta naizgled dva vrlo različita pojma međusobno isprepleću. Svaka se izložena slika mogla promatrati na dva načina. Prvi način je u slikama vidjeti samo lijepe slike, a drugi način je u slikama vidjeti matematiku. Naš cilj je bio da svi posjetitelji barem u nekim od ovih prekrasnih slika vide matematiku. Za samu izradu slika korištena je napredna matematika te su i sama objašnjenja slika matematički složena. Autori i slike koje su izložene pripadaju raznim područjima matematike, ali svi imaju zajedničku ideju – u slikama žele prikazati spoj matematike i umjetnosti. Izložba na Odjelu za matematiku bila je organizirana u dva glavna dijela: galerija slika kroz koju je bilo osmišljeno stručno vođenje koje je uključivalo i dodatno pojašnjenje matematičkih pojmova i koncepata koji se pojavljuju u objašnjenjima slika i interaktivni dio koji je uključivao demonstracije uz upotrebu interaktivne ploče, samostalno istraživanje u računalnoj učionici te zanimljive 3D printane matematičke objekte koje su posjetitelji mogli uzeti u svoje ruke.

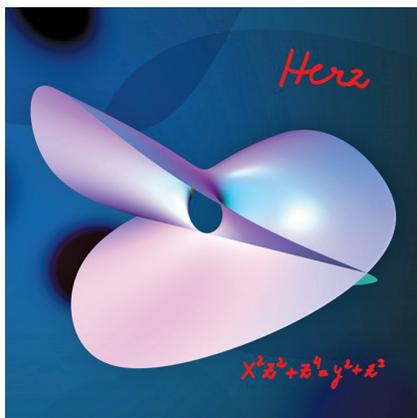
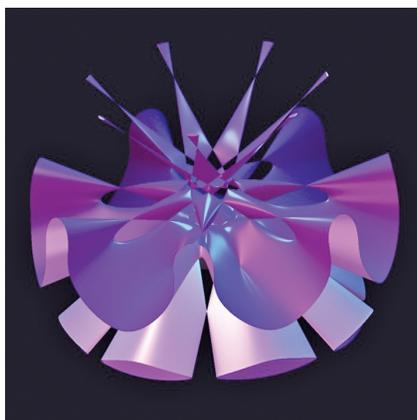
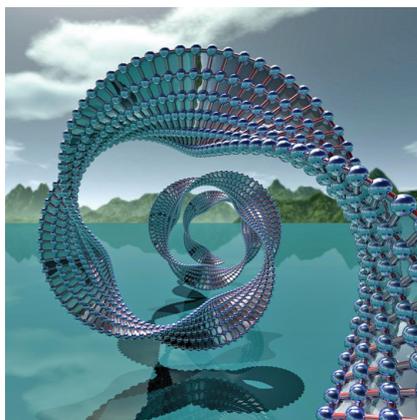
Slike su bile izložene na otvorenom hodniku te su u njihovim ljepotama i zanimljivostima koje pružaju mogli uživati svi posjetitelji i djelatnici koji su se našli u zgradi Odjela. Slike su bile podijeljene u nekoliko skupina, ovisno o autorima i području matematike koju opisuju. Autor jedne galerije slika je na svojim radovima prikazao efekt leptira. Možemo se pitati zamahne li leptir krilima u Rijeci, može li se nešto promijeniti u atmosferi tako da ta pojava bude uočena u Japanu? Oliver Labs je svojim slikama prikazao rezultate svojih istraživanja, odnosno algebarske plohe koristeći se programom Surfer.



Slika 3. Jos Leys: Lorentzov atraktor¹



Slika 4. Luc Benard: Pet staklenih ploha¹

Slika 5. Herwig Hauser: Srce¹Slika 6. Oliver Labs: Labsova ploha sedmog stupnja¹Slika 7. Ulrich Pinkall: Björlingova ploha¹

Autori Aurélien Alvarez i Étienne Ghys prikazali su dvodimenzionalne, trodimenzionalne i n -dimenzionalne prostore te veze između njih. Postavljeno je i pitanje je li naša karta svijeta zaista točna. Uli Ganshirt nas je podsjetio na popločavanja ravnine i umjetničke slike poznatog umjetnika Eschera čijim radovima su i neke izložene slike inspirirane. Na izložbi su bile izložene i slike umjetnice i matematičarke Bianca Violet koja je svoje radove izrađivala u programu Surfer. Za istaknuti je i galerija slika izrađena u timu Richarda Palaisa i Luca Benarda. Njihove slike prikazuju savršen spoj matematike, umjetnosti i tehnologije. Prikazuju vrlo zanimljive matematičke pojmove, poput fraktala.

Interaktivni dio izložbe sastojao se od demonstracija u nekoliko interaktivnih matematičkih računalnih programa. Među njima osim već spomenutog pro-

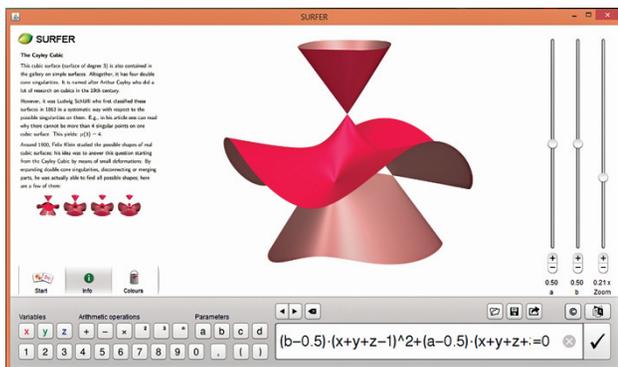


Slike 8. i 9. Interaktivni dio izložbe

¹Slike su preuzete s poveznice <https://imaginary.org/>

grama Surfer istaknut ćemo još programe Morenaments i 3D-XplorMath te Cinderella aplete. Programi razvijeni u okviru *Imaginary*-projekta dostupni su za besplatno preuzimanje na <http://imaginary.org>. Svi posjetitelji izložbe imali su priliku naučiti nešto novo, primijeniti svoje znanje i realizirati svoju kreativnost putem interaktivnih i vizualno atraktivnih računalnih programa koji služe za istraživanje i kreiranje interaktivnih matematičkih sadržaja.

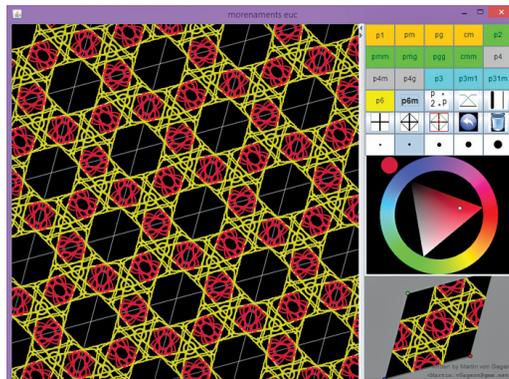
Surfer je vrlo zabavan program koji nam omogućuje da na interaktivan način doživimo odnos između jednačbi i oblika, odnosno matematike i umjetnosti. Surfer služi za prikaz ploha na temelju upisivanja njihovih algebarskih jednačbi.



Slika 10. Sučelje programa Surfer

Sučelje tog programa je vrlo jednostavno za korištenje i u svega nekoliko koraka moguće je kreirati vlastitu plohu i zatim ju promatrati iz različitih perspektiva. Zanimljivo je promatrati kako mala promjena vrijednosti nekih parametara u jednačbi plohe znatno mijenja oblik plohe u grafičkom prikazu. Osim mogućnosti izrade nove plohe, program sadrži i kratke upute za korištenje, te kolekciju od 36 različitih ploha s njihovim jednačbama i kratkim opisom. Na mrežnoj stranici *Imaginary*-projekta (<https://imaginary.org/galleries>) nalazi se niz zanimljivih ploha izrađenih u programu Surfer. Sličan ovom programu je program Name Surfer koji na temelju upisanih riječi kreira pripadnu plohu na način da svaku riječ najprije transformira u odgovarajuću algebarsku jednačbu.

Morenaments je interaktivni program s pomoću kojeg je moguće na jednostavan način nacrtati zanim-

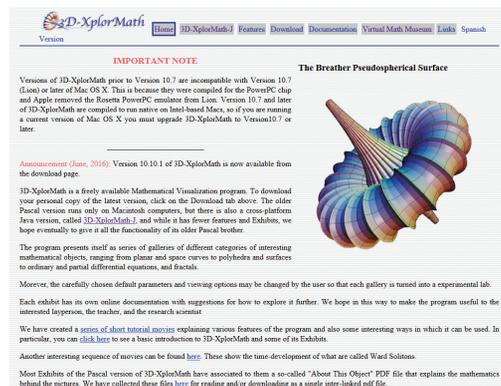


Slika 11. Program Morenaments

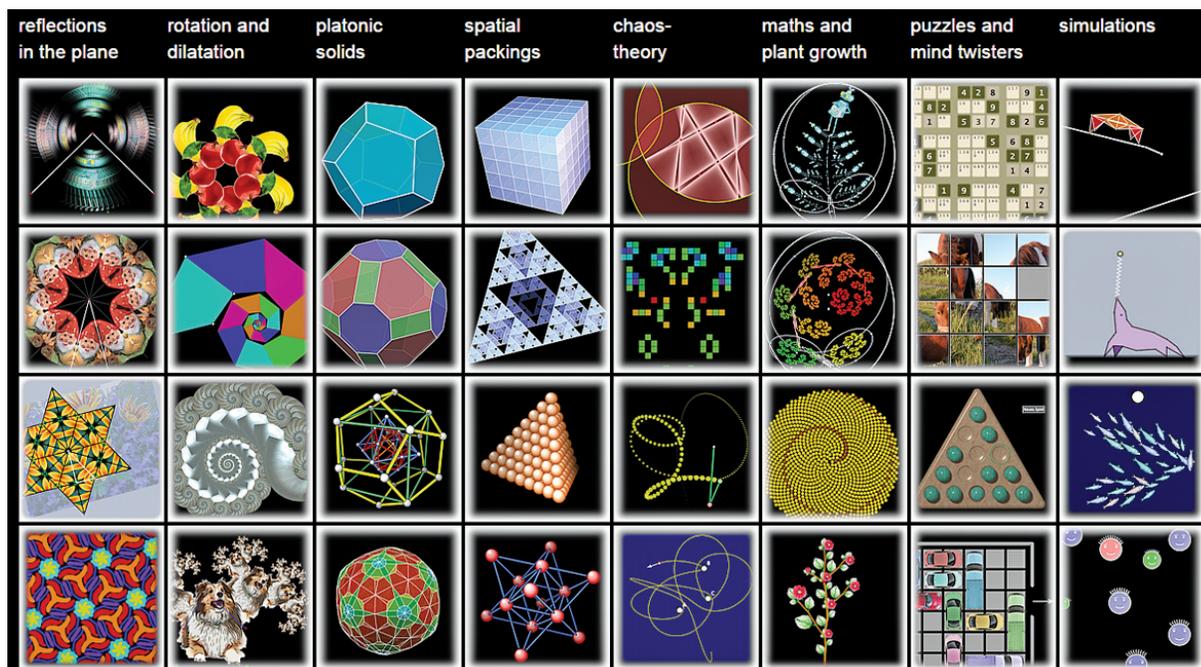
ljive simetrične uzorke (ornamente) na 17 različitih načina kojima odgovara 17 ravninskih kristalografskih grupa, odnosno ravninskih grupa simetrija koje na odgovarajući način preslikavaju osnovni uzorak koji kreira korisnik.

Apleti izrađeni u programu za dinamičku geometriju Cinderella omogućavaju istraživanje raznih geometrijskih konstrukcija i geometrijskih oblika kao što su fraktalne strukture, Platonova i Arhimedova tijela i sl., popunjavanja prostora poliedrima i sferama, te za virtualne simulacije iz fizike s pomoću mase, električnih naboja, polja, teorije kaosa i slično.

3D-XplorMath je program za vizualizaciju ravninskih i prostornih krivulja, raznih ploha, fraktalnih oblika i sl. te je u njemu moguće izrađivati animacije koje se mogu promatrati 3D naočalama.



Slika 12. Sučelje programa 3D-XplorMath



Slika 13. Cinderella apleti

Interaktivni dio izložbe uključivao je i 3D predmete rađene 3D pisačem koji su posjetiteljima bili izuzetno zanimljivi, a koji su odabrani kako bi zorno prikazali neke intrigantne plohe. Istaknimo samo neke od njih: Kleinova boca, Mengerova spužva, Lawsonova ploha.

Održana izložba je na zanimljiv način pokazala da su matematika i umjetnost uistinu povezane te je dodatno inspirirala i motivirala njene posjetitelje i organizatore da se njima bave. Iako je izložba na Odjelu za matematiku zatvorena, slike i dalje krase hodnike našeg Odjela te se svim izrađenim materijalima i osmišljenim interaktivnim radionicama i dalje koristimo u radu s učenicima i nastavnicima.



Slika 14. 3D predmeti rađeni 3D pisačem

JESTE
LI
ZNALI?

$2017 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2 - 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2 + 2^{2-2}$
2017 je 306. po redu prost broj.