

Australski matematički kurikulum F-10



Sonja Banić, Ivanić Grad

Radeći na Cjelovitoj kurikulumnoj reformi prije dvije godine upoznala sam se sa kurikulumima raznih država. Dostupni su na internetu i dobro je pogledati kako izgledaju, za razliku od nastavnih planova i programa po kojima mi, još uvijek, radimo (MZOS, 2006.). Među kurikulumima koji su mi se najviše svidjeli, uz irski i škotski, svakako je australski kurikulum te mislim da ga vrijedi predstaviti našoj javnosti.

Uvod

Jedna od najvećih zamjerki našeg školskog sustava je da od učenika traži samo "bubanje" činjenica i mnoštva podataka, bez zahtjeva za analizom, kritičkim promišljanjem, kreativnošću i slično. No u našim propisanim programima naglasak jest upravo na sadržajima koje učenici trebaju savladati. Sposobnosti koje bi pri učenju trebali razviti jedva da se spominju. Kako je napisan program, tako rade nastavnici: inzistiraju na sadržaju, a manje pažnje posvećuju razvoju sposobnosti učenika. U **australskom kurikulumu** naglasak je upravo na sposobnostima koje učenici razvijaju tijekom školovanja, one se provlače kroz sav sadržaj i detaljno su opisane. Surfajući po stranicama ovog kurikula neprestano me pratio osjećaj da sam iz "fićeka" zakoračila u svemirski brod.

O kurikulumu i njegovoj primjeni brigu vodi ACARA, Australian Curriculum, Assessment and Reporting Authority, <http://www.acara.edu.au/>. To je nezavisno zakonsko tijelo osnovano 2008. godine, zaduženo za razvoj nacionalnog kurikula i upravljanje nacionalnim vrednovanjem i izvještavanjem o školskom sustavu u Australiji.

Australski kurikulum u cijelosti je dostupan na internetu: <http://www.australiancurriculum.edu.au/>. Od 2010. godine, kada je izašla prva verzija, kurikulum se kontinuirano nadopunjava i prerađuje. Kada sam ga proučavala za reformu, radila sam na verziji 7.5. U međuvremenu su dokumenti nadopunjavani, donesena je nova verzija kurikula 8.3, a nedavno su u potpunosti obnovljene stranice kurikula. Ovako kvalitetan dokument očito je rezultat dugogodišnjeg kontinuiranog rada usmjerenog ka kvaliteti obrazovnog sustava.

Sonja Banić, prof. savjetnik, Srednja škola "Ivan Švear", Ivanić Grad, sonjabanic@gmail.com

Dimenzije australskog kurikula

Osim detaljno razrađenih dokumenata kurikula od osnovne (nulte) do desete godine učenja, kurikulum sadrži posebne dokumente za srednju školu, za učenike s različitostima (učenike s teškoćama, nadarene učenike i one kojima engleski nije materinji jezik) te za roditelje. U najnovijoj verziji dodani su još i resursi, prikazi prakse u obliku kratkih videa koji prikazuju kako su škole uspješne u primjeni pojedinih aspekata kurikula.

Australski kurikulum opisuje se kao trodimenzionalni kurikulum koji razaznaje važnost Predmetnih znanja, vještina i razumijevanja, Općih sposobnosti i Međukurikulnih prioriteta.

Predmetna znanja, vještine i razumijevanja opisana su u osam područja učenja: Engleski jezik, Matematika, Znanost, Zdravlje i tjelesni odgoj, Humanističke i društvene znanosti, Umjetnost, Tehnologija i Jezici. Prva četiri područja su ujedno i nastavni predmeti, dok se druga četiri sastoje od više predmeta. Za svako područje učenja određeni su opisi sadržaja i standardi postignuća.

Kurikulum predviđa sedam **općih sposobnosti**: Pismenost, Numerička pismenost, Uporaba ICT, Kriatičko i kreativno mišljenje, Osobna i društvena sposobnost, Etičko razumijevanje i Međukulturalno razumijevanje (slika 1). Opće sposobnosti razvijaju se u svim područjima učenja i za svaku sposobnost opisane su ključne ideje, očekivanja kroz godine učenja te razrada unutar pojedinih područja učenja. U opisima sadržaja područja učenja kraj svakog je ishoda, s pomoću jednostavnih simbola,

naznačena opća sposobnost koja se razvija i primjenjuje u tom ishodu. Od učitelja se očekuje da poučavaju i procjenjuju opće sposobnosti u opsegu u kojem su one ugrađene u sadržaj poučavanja područja učenja.

Numerička pismenost

Numerička pismenost obuhvaća znanja, vještine i sposobnosti potrebne učenicima za primjenu matematike u širokom rasponu situacija u drugim područjima učenja i u životu općenito. Ona uključuje da učenik prepoznaje i razumije ulogu matematike u svijetu i sposoban je koristiti se matematičkim znanjima i vještinama svrsishodno.

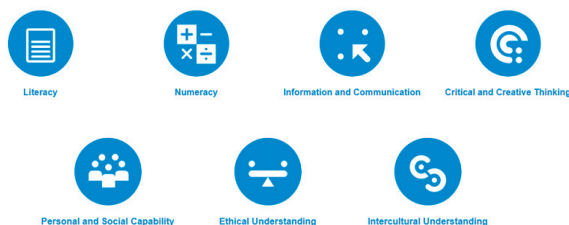
Ključne ideje numeričke pismenosti organizirane su u šest povezanih elemenata. To su:

- Procjena i računanje s cijelim brojevima
- Prepoznavanje i korištenje obrazaca i odnosa
- Primjena razlomaka, decimalnih brojeva, postotaka, omjera i razmjera
- Korištenje prostornog rasuđivanja
- Tumačenje statističkih informacija
- Korištenje mjerenja.

Elementi su dodatno podijeljeni na podelemente. Na primjer, element Procjena i računanje s cijelim brojevima sadrži tri podelementa: Razumijevanje i primjena brojeva u kontekstu, Procjena i računanje i Korištenje novca. U kontinuumu učenja, u šest razina (nakon svake parne godine učenja), opisane su očekivane sposobnosti učenika za svaki podelement.

Numerička pismenost, kao i ostale opće sposobnosti, razvija se kroz sva područja učenja. Na taj način učenici imaju priliku prenijeti svoja matematička znanja i vještine u kontekste izvan matematičke učionice te prepoznati povezanost matematike, drugih područja učenja i šireg svijeta.

Australski kurikulum također uključuje i tri međukurikularna prioriteta koji se razvijaju kroz područja



Slika 1. Simboli za opće sposobnosti

učenja. To su: Povijest i kultura Aboridina i stanovnika otoka Torresova prolaza, Azija i povezanost Australije s Azijom te Održivost. Za svaki prioritet dane su ključne ideje i razrada unutar svakog područja učenja.

Kurikul je detaljno razrađen od osnovne (nulte) godine do desete godine učenja (F-10 *Curriculum*) <https://www.australiancurriculum.edu.au/f-10-curriculum/>. Za srednju školu kurikulum nije toliko detaljno razrađen te je donesen za samo četiri područja učenja: Engleski jezik, Matematika, Znanost, te Humanističke i društvene znanosti. <https://www.australiancurriculum.edu.au/senior-secondary-curriculum/>.

Matematičko područje učenja

Nas, naravno, najviše zanima dio kurikula koji se odnosi na matematiku. Ciljevi matematičkog područja učenja su osigurati da učenici:

- budu samouvjereni kreativni korisnici i komunikatori matematike, sposobni istraživati, prikazati i tumačiti situacije iz njihovog osobnog i radnog života kao odgovorni građani
- razviju visoko sofisticirano razumijevanje matematičkih koncepata i vještinu u matematičkim procesima te da su sposobni postaviti i riješiti probleme i zaključivati u područjima brojeva i algebre, mjerenja i geometrije i statistike i vjerojatnosti
- prepoznaju veze između matematičkih područja i drugih disciplina te cijene matematiku kao dostupnu i privlačnu disciplinu za učenje.

Kurikul za matematiku je organiziran kroz interakciju triju sadržajnih niti (engl. *content strands*) i četiriju niti procesa za matematičku kompetenciju (engl. *proficiency strands*). U hrvatskom kurikulumu (MZOS, 2010.; web, 2016.) sadržajne niti odgovaraju matematičkom konceptima, a niti procesa za matematičku kompetenciju matematičkim procesima.

Sadržajne niti su: Brojevi i algebra, Mjerenje i geometrija te Statistika i vjerojatnost. Sve tri niti prisut-

ne su u svim godinama učenja. Radi jasnoće i slijeda razvoja koncepata kroz godine učenja sadržajne niti podijeljene su u podniti. Na primjer, nit Brojevi i algebra sadrži podniti: Brojevi i mjesne vrijednosti, Razlomci i decimalni brojevi, Realni brojevi, Novac i financijska matematika, Uzorci i algebra, Linearna i nelinearna zavisnost.

Niti procesa za matematičku kompetenciju su Razumijevanje (engl. *Understanding*), Vještina (engl. *Fluency*), Rješavanje problema (engl. *Problem-Solving*) i Logičko mišljenje (engl. *Reasoning*). One su opisane kao ključne ideje u matematici i aktivnosti koje učenici razvijaju kada uče. Pojedine niti nemaju primjenu u svakom sadržaju, ali daju širinu matematičkog djelovanja koju nastavnici mogu naglasiti. U hrvatskom Nacionalnom okvirnom kurikulumu (MZOS, 2010.) predviđeno je pet matematičkih procesa. Među njima nalaze se rješavanje problema i logičko mišljenje, dok procesi Razumijevanje (engl. *Understanding*) i Vještina (engl. *Fluency*) u njemu ne postoje. Kroz nit procesa Razumijevanje učenici grade znanje matematičkih koncepata, povezuju ideje, prikazuju koncepte na različite načine, uočavaju sličnosti i razlike, opisuju svoja razmišljanja matematičkim jezikom i tumače matematičke informacije. Ova nit procesa odgovara matematičkim procesima Prikazivanje i komunikacija i Povezivanje u NOK-u. Proces Vještina podrazumijeva vještinu u biranju i provođenju matematičkih procedura. Učenici su vješti kada računaju efikasno, biraju prikladne procedure i aproksimacije, prisjećaju se definicija i ispravno se koriste činjenicama te kada barataju izrazima i jednadžbama kako bi našli rješenje.

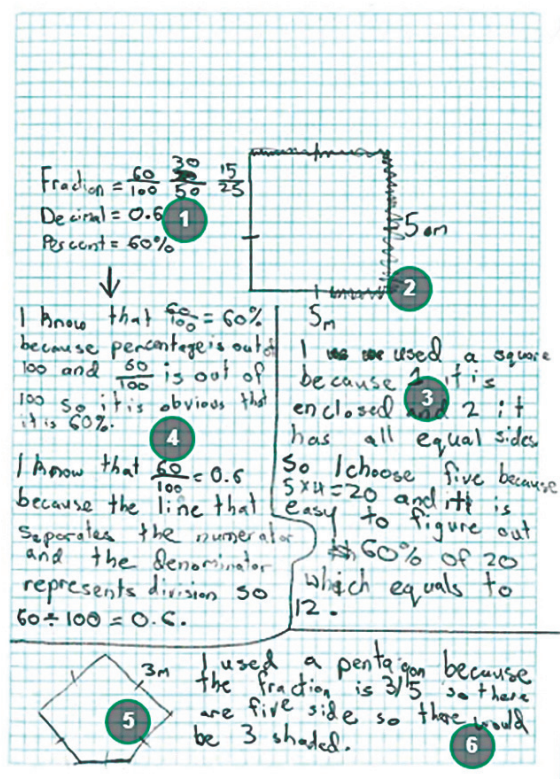
Niti procesa važan su dio australskog matematičkog kurikula i posvećena im je velika pažnja. Njihov detaljan opis možete naći na linku: <http://resources.australiancurriculum.edu.au/proficiencies/>.

Uz opise procesa tu se nalazi više primjera koji objašnjavaju svaki proces kroz prikaz učeničkih rješenja zadatka te uz detaljnu razradu i objašnjenje kada učenik primjenjuje pojedini proces.

Primjer razrade procesa

Kako izgleda razrada procesa možemo vidjeti na primjeru zadatka¹ koji se odnosi na šestu godinu učenja i uključuje sve četiri niti procesa:

Zadatak: Ograda oko škole tvori lik koji ima strane jednakih duljina, a 60 % cijele ograde obojeno je crno. Na koliko različitih načina možeš nacrtati kako izgleda ograda? Pogledaj svaki svoj crtež i prikaži obojeni dio kao razlomak i kao decimalni broj.



Slika 2. Primjer učeničkog rješenja

Na slici 2 prikazan je primjer kako je učenik riješio ovaj zadatak. U primjeru vidimo da učenik objašnjava crtežom i riječima svoje rješenje i obrazlaže zašto je odabrao pojedino rješenje. Brojevima

su označena mjesta na kojima se vidi primjena pojedine niti procesa, uz objašnjenja.

1. Vještina

Povezuje koncepte postotka, razlomka i decimalnog broja zapisujući 60 % kao razlomak i decimalni broj i objašnjavajući zašto su ti zapisi jednaki.

2. Rješavanje problema

Izabire 5 metara za duljinu stranice kvadrata uz objašnjenje da je lako izračunati 60 % od 20 slijedeći izračun opsega kvadrata (20 metara).

3. Logičko mišljenje

Obrazlaže izbor kvadrata kao prikladnog lika za površinu koja treba biti ograđena.

4. Razumijevanje

Točno računa da je duljina 60 % opsega ograde (obojeni dio) 12 (metara) i točno prikazuje duljinu obojenog dijela na skici koja predstavlja ogradu.

5. Razumijevanje

Prisjeća se da su kvadrat i pravilni peterokut likovi koji imaju sve stranice jednakih duljina.

6. Logičko mišljenje

Obrazlaže izbor pravilnog peterokuta kao drugog oblika površine koja treba biti ograđena i ispravno određuje broj strana ograde (3 od 5) koji treba obojiti.

Prijevod učenikovih odgovora:

Znam da je $\frac{60}{100} = 60\%$ jer je postotak dio od 100 i $\frac{60}{100}$ je dio od 100 pa je očito da je to 60 %.

Znam da je $\frac{60}{100} = 0.6$ jer crta koja razdvaja brojnik i nazivnik predstavlja dijeljenje pa je $60 : 100 = 0.6$.

Koristio sam kvadrat zbog 1. on je zatvoren i 2. ima jednake stranice. Odabrao sam pet jer je $5 \cdot 4 = 20$ i lako je izračunati 60 % od 20 što je jednako 12.

Koristio sam peterokut jer je razlomak $\frac{3}{5}$ pa ima pet strana, a 3 treba obojiti.

¹ <http://resources.australiancurriculum.edu.au/proficiencies/mathematics-samples/number-and-algebra-fractions-and-decimals-and-percentages-ws4/?overrideParent=3426>

Mnogi dokumenti u kurikulumu matematike prikazuju učenička rješenja zadataka. U tim primjerima vidljivo je da se od učenika ne traži samo rješenje, nego treba opisati i obrazložiti svoje zaključke, prikazati nešto crtežom, opisati na više načina i slično. Na taj se način potiče razvoj svih niti procesa i dostizanje viših razina znanja.

Osnovni kurikulum (F-10 Curriculum)

Osnovni (F-10 Curriculum) kurikulum za svaku godinu učenja sadrži opis razina, opis sadržaja, standarde postignuća i mape s primjerima radova.

U opisu razina kratko i općenito je iskazano što se očekuje u toj godini učenja.

Opis sadržaja grupiran je po sadržajnim nitima i zapisan u obliku ishoda učenja. Na primjer, u 6. godini učenja, za nit Brojevi i algebra, podnit Brojevi i mjesna vrijednost drugi ishod učenja glasi:

“Odabire i primjenjuje efikasne misaone i pisane strategije i prikladne digitalne tehnologije za rješavanje problema koji uključuju sve četiri operacije s cijelim brojevima (**ACMNA123 – Scootle**)”.

Ispod ishoda prikazani su simboli općih sposobnosti koje se primjenjuju i razvijaju uz taj ishod učenja (slika 3). U ovom slučaju to su pismenost, numerička pismenost, ICT i kritičko-kreativno mišljenje.



Slika 3. Simboli općih sposobnosti vezanih uz zadani ishod učenja

Kraj svakog ishoda nalazi se poveznica (na primjer: ACMNA123 – Scootle, <http://www.scootle.edu.au/ec/search?accContentId=ACMNA123>)

² <http://www.scootle.edu.au/ec/viewing/L8158/index.html>

³ https://acaraweb.blob.core.windows.net/curriculum/worksamples/Year_6_Mathematics_Portfolio_Satisfactory.pdf

koja upućuje na niz materijala (interaktivnih resursa, slika, audio i video materijala, resursa za učitelje itd.) vezanih uz taj ishod. Neki od tih materijala dostupni su svima, a za neke je potreban odgovarajući elektronički identitet. Uz prikazani ishod nalazi se, između ostalog, zanimljiv kviz² u kojem se od učenika ne očekuje samo rješenje zadatka, već i promišljanje o načinu rješavanja. Detaljniji prikaz kviza možete pročitati na 22. stranici.

U standardima postignuća kratko i jasno opisano je što učenici mogu na kraju pojedine godine učenja, vezano uz ishode učenja za tu godinu.

Na kraju su priložene tri mape učeničkih radova (zadovoljavajuća, iznad zadovoljavajuće i ispod zadovoljavajuće) s primjerima. Svaka mapa sadrži petnaestak zadataka i učeničkih rješenja (točnih, ali i onih s tipičnim pogreškama) tih zadataka. Prije svakog zadatka dan je standard očekivanih postignuća za tu godinu učenja s naznakom dijelova koji se odnose na sljedeći zadatak. Uz zadatak naznačena su mjesta na kojima učenik pokazuje određeno postignuće. Sve tri mape (zadovoljavajuća, iznad zadovoljavajuće i ispod zadovoljavajuće) sadrže iste zadatke, a različita su učenička rješenja. S pomoću mapa nastavnici imaju smjernice za rad te za procjenu i ocjenjivanje učeničkih postignuća. Kroz priložene primjere vidi se drukčiji pristup nastavi matematike. Od učenika se traži da obrazlažu riječima svoje zaključke i opisuju postupke, povezuju različite prikaze, koriste se skicama i crtežima. Smatram da su to jako dobri primjeri te bismo zahtjeve na nastavi matematike i mi trebali mijenjati u tom smjeru.

Primjer zadatka iz mapa

Primjer zadatka iz zadovoljavajuće mape³ za 6. godinu:

Ovaj zadatak odnosi se na dio standarda postignuća “Do kraja 6. godine učenik ... rješava probleme koji uključuju duljinu i površinu.”

Sažetak zadatka: Učenici su započeli nastavnu jedinicu računanja površine pravokutnika. Zadatak je korišten za procjenu razumijevanja tijekom nastavne jedinice i može poslužiti kao pokazatelj za sljedeće faze poučavanja. Od učenika se zahtijeva da izračuna površinu pravokutnika i objasni svoje razmišljanje kada računa površinu lika koji se može podijeliti u dva pravokutnika. Vrijeme za rješavanje zadatka je 10 minuta.

Prijevod komentara:

- Računa površinu pravokutnika.
- Dijeli složeni lik u pravokutnike kako bi izračunao njihovu površinu ali ne računa nepoznatu duljinu stranice i pogrešno pretpostavlja da je manji pravokutnik kvadrat.
- Opisuje proces računanja površine složenog lika.

Prijevod učenikovog odgovora:

Prvo sam napravio spoj oblika koji su kvadrat i pravokutnik. Drugo, odredio sam dužinu sa $6 \cdot 4 = 24$. Treće sam izračunao $3 \cdot 3 = 9$, znam da je širina 3 jer su stranice kvadrata sve jednake. Konačno sam zbrojio odgovore $24 + 9 = 33$ i 33 bi bila površina.

Na zadovoljavajućoj razini učenik djelomično točno rješava zadatak i objašnjava svoje rješenje (slika 4). Rješenje istog zadatka prikazano je i u mapi⁴ iznad zadovoljavajuće razine, u kojoj je prikazano točno rješenje drugog učenika (slika 5). U tom slučaju vidimo da učenik točno rješava zadatak i jasno objašnjava svoj način rješavanja.

Prijevod komentara:

- Računa površinu pravokutnika.
- Računa duljinu nepoznatih stranica i zaključuje da mu jedna stranica nije potrebna za rješenje.
- Dijeli složeni lik u pravokutnike kako bi izračunao njihovu površinu.
- Jasno objašnjava proces računanja površine složenog lika.

Prijevod učenikovog odgovora:

Prvo sam pogledao lik i uočio da postoje dvije stranice s nepoznatim centimetrima. To je bio trag koji mi je pomogao naći dijelove koji nedostaju. Zatim sam odlučio podijeliti nepravilan lik u dva pravilna lika. Nakon toga sam odredio duljinu i širinu za oba lika, zatim sam ih zbrojio zajedno i dobio odgovor.

Mathematics Year 6 Satisfactory

Measurement: Area

Calculate the area of the following shapes.

a.

b.

Working lines:

$6 \times 4 = 24$
 $3 \times 3 = 9$
 $24 + 9 = 33$

I explain how you solved the problem above.

Firstly I made the compound shape into a square and a rectangle. Secondly I x the length by the width $6 \times 4 = 24$. Thirdly I did $3 \times 3 = 9$. I knew the width was 3 because a square's sides are all the same. Lastly I added my answers together $24 + 9 = 33$ and 33 would be the area.

Annotations

Calculates the area of a rectangle.

Partitions a composite shape into rectangles in order to find its area but does not calculate any unknown side lengths and mistakenly assumes that the smaller rectangle is a square.

Describes a process for calculating the area of a composite shape.

Slika 4. Primjer djelomično točnog rješenja s komentarima

Mathematics Year 6 Above satisfactory

Measurement: Area

Calculate the area of the following shapes.

a.

b.

Working lines:

Total: 36 cm^2 (Part b)

I explain how you solved the problem above.

Firstly I looked at the shape and found out that there was a square with unknown centimetres. Then I was able to determine find the missing parts though. Then I chose a spot to change the irregular shape to a regular shape. After that, I times (x) the length and the width for both shapes then I added them together and I got the answer.

Annotations

Calculates the area of a rectangle.

Calculates unknown side lengths and realises that some are not required to answer the question.

Partitions a composite shape into rectangles in order to find its area.

Clearly explains the process of calculating the area of a composite shape.

Slika 5. Primjer točnog rješenja s komentarima

⁴ https://acaraweb.blob.core.windows.net/curriculum/worksamples/Year_6_Mathematics_Portfolio_Above.pdf

Ovo je sažeti prikaz australskog kurikula i daje tek mali uvid u bogatstvo sadržaja koji se mogu naći na njegovim stranicama. Ovakav kurikulum potiče suradnju među predmetima, kvalitetu nastave i sveobuhvatni razvoj učenika. U dokumentima za matematiku težište se stavlja na razvoj matematičkih procesa (vještina, razumijevanja, rješavanja problema i logičkog mišljenja) i time se mijenja pristup poučavanju matematike. Nastavnici imaju potporu u primjeni kurikula kroz konkretne materijale i primjere.

Nadam se da će članak potaknuti čitatelje da sami pretraže stranice kurikula i pronađu među brojnim primjerima neke koji će biti inspirativni i koje će primijeniti u vlastitom radu. Bar do vremena dok i Hrvatska ne dobije slične dokumente.

LITERATURA

- 1/ MZOS (2006.): *Nastavni plan i program za osnovnu školu*. HNOS, Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske, Zagreb.
- 2/ MZOS (2010.): *Nacionalni okvirni kurikulum za predškolski odgoj i obrazovanje te opće obvezno i srednjoškolsko obrazovanje*. Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa, Zagreb. <http://public.mzos.hr/Default.aspx?sec=2685> (7.8.2017.).
- 3/ Web (2016.): *Prijedlog cjelovite kurikulumne reforme*. <http://www.kurikul.hr> (7.8.2017.).

Naslovna slika preuzeta sa
<http://www.digitalartsonline.co.uk/tutorials/photoshop/design-vector-map/#21>

O kvizu

Kroz interaktivnu igru u obliku kviza učenike se potiče da s pažnjom pristupaju problemskim zadacima, primjenjuju korake u njihovu rješavanju i razmisle o odgovoru. Od učenika se u kvizu ne traži samo rješenje zadatka, već treba od tri ponuđena odgovora odabrati ispravan za svako od pitanja:

1. Što trebam izračunati u zadatku?
2. Koju računsku operaciju mogu primijeniti kako bih riješio problem?
3. Koji broj je rješenje?
4. Kako ću oblikovati taj odgovor u rečenici?

Na primjer, zadatak glasi:

Mjesecu treba približno 27 dana da obiđe oko Zemlje. Koliko puta Mjesec obiđe oko Zemlje za 351 dan (malo manje od godinu dana)?

Pitanje 1: Što trebaš izračunati da bi riješio problem?

Ponuđeni odgovori:

1. Koliko mnogo puta 27 dana stane u jednu godinu?
2. Koliko puta Mjesec obiđe Zemlju za 351 dan?
3. Koliko puta Mjesec obiđe Zemlju u jednoj godini?

Pitanje 2: Koju računsku operaciju trebaš izvršiti kako bi riješio problem?

Ponuđeni odgovori:

1. Oduzeti 27 od broja dana.
2. Pomnožiti broj dana s 27.
3. Podijeliti broj dana s 27.

Pitanje 3: Koje je rješenje računa?

Ponuđeni odgovori:

1. 12.52 puta.
2. 12 puta.
3. 13 puta.

Pitanje 4: Kako ćeš odgovoriti rečenicom?

Ponuđeni odgovori:

1. Mjesecu treba 13 dana da obiđe Zemlju.
2. Odgovor je 13.
3. Mjesec obiđe Zemlju 13 puta za 351 dan.