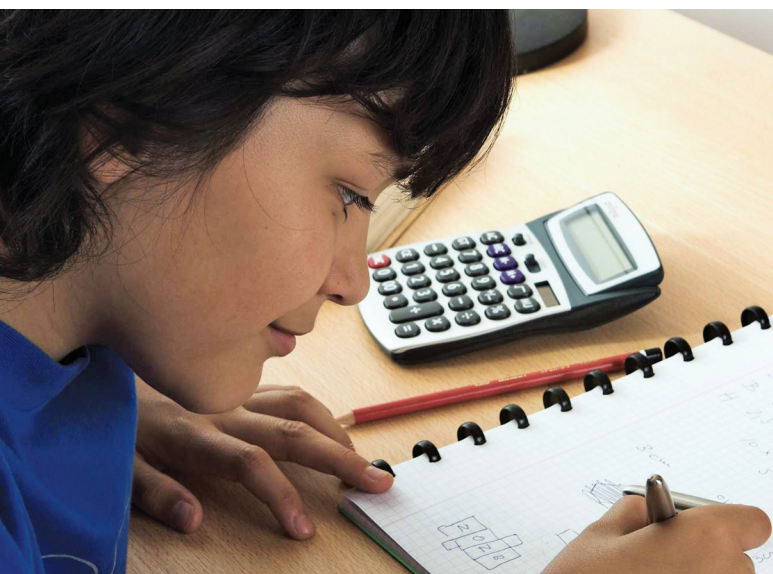


Jesmo li odmakli od zadataka tipa *Izračunaj*?



Šime Šuljić, Pazin

U video predavanju Conrada Wolframa prikazanom u članku kolege Kneževića u ovom broju MiŠ-a naglašava se osnovna zamjerka nastavi matematike da se u školama čak 80 % vremena troši na svladavanje tehnike računanja što nimalo nije zabavno, a baš to se danas može prepustiti računalima koja će to uostalom obaviti bolje od nas.

Kritika koju Wolfram upućuje obrazovnom sustavu jest da se u školama previše naglašavaju računski postupci i procedure u tehnici rješavanja, a matematika nije samo to, štoviše, puno je šira od toga. Prema njegovim riječima, četiri su koraka u bavljenju raznim poslovima u kojima rabimo matematiku:

1. postavljanje pitanja, stvarnog problema
2. njegovo 'prevođenje' u matematički jezik
3. računanje
4. vraćanje odgovora, odnosno rezultata u stvarni okvir i njegova verifikacija.

U njegovu govoru ima još ideja koje same po sebi, ali i s obzirom na to tko ih je i na kojem mjestu izrekao, zaslužuju pozornost i promišljanje svih nas koji se bavimo nastavom matematike u školama. U ovom kratkom članku ne bih se osvrtao toliko na

te izvorne ideje, nego više na odjeke koje te ideje doživljavaju na društvenim mrežama. Ondje se često banaliziraju teškoće podučavanja matematike, zanemaruju se pozitivne promjene u nastavi matematike i nude olaka, ali bombastična rješenja. Tako sam neki dan naišao na naslov *Nastavnici matematike prave od učenika pokvarene kalkulatora*. Sadržaj ispod tog naslova je čak korektan, vrijedan promišljanja, ali sam uvjeren kako naslov uopće ne odgovara istini i stvarnom stanju. Čak je i uvredljiv za učitelje i nastavnike matematike, a da paradoks bude veći, u širenje takvih sličica i članaka uključuje se i sami 'izvođači radova'. Ti su članci puni bijesa na političare što program matematike nije promijenjen u posljednja dva desetljeća, pa mi kao ne možemo ili ne smijemo poučavati nikakve druge aspekte matematike. Zar je tome doista tako ili počinjemo uživati u destrukciji i samoponižavanju?

Šime Šuljić, Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile, Pazin, sime.suljic@pu.htnet.hr

Uvijek je rudarski težak bio posao učitelja, odnosno nastavnika matematike, a danas je možda teži nego ranije i zato žudimo za izlazom, nekim rješenjem. Eh, iako živimo u eri moćnih strojeva, računala nam neće izbaciti žuđeno rješenje, koje ćemo mi onda samo verificirati. Ni bilo koja reforma neće poput magičnog štapića školsku matematiku napraviti laganicom.

Od Wolframova govora prošlo je sedam godina. Je li točna tvrdnja da mi danas u školama u Republici Hrvatskoj učenike poučavamo samo tehnikama računanja? Iznio bih neke činjenice oko kojih bismo se, vjerujem, mogli svi složiti, a koje demantiraju tu tvrdnju ili barem umanjuju postotak vremena utrošenog na računske algoritme. Ali tu je i moj osobni stav da ako učenik ne uspijeva svladati tablicu množenja, računske operacije s cijelim brojevima, zbrajanje razlomaka i transformacije linearnih jednadžbi, onda vam zasigurno neće bez tih temelja uspjeti izgraditi matematičke i programerske kule u zraku.

U posljednja dva desetljeća, bez obzira na neizmijenjene ili malo mijenjane programe, dogodile su se velike promjene u našoj nastavi. Iznosim nekoliko činjenica:

1. Logaritamske tablice su prije dvadesetak godina definitivno nakon četristo godina uporabe otišle u povijest (doduše ne bez otpora). Ušao je u učionice kalkulator, a u zbirkama su nestali zadatci poput one FB forvarduše sa zadatkom kojeg bi kao trebalo riješiti da bi se domoglo PIN-a za bankovnu karticu (slika 1). Možemo se nasmijati zgodnoj dosjetki, ali ovo nije slika matematike kakva se poučavala u učionicama, a pogotovo se danas tako ne radi. Nemojte se zamarati matematičkom korektnošću ovog zadatka. Slika je tu samo zato da pokaže kako su i po stilu ispisa to neka debelo prošla vremena. Kada bismo to danas ispisali i stavili u udžbenik ili test, bilo bi to savršeno lijepo matematičko pismo, a kako danas živimo u komotnijim vremenima, nitko više ne želi ni prepisivati ovakve besmislice, a kamoli ih rješavati.

Sine, ako si ispravio jedinicu iz matematike, možeš si kupiti nove tenisice i pojačalo za gitaru! Karticu sam ti ostavio u ladici, a evo ti i PIN...

TATA

$$\frac{\log_{100}(10)}{\frac{1}{100}} \cdot \frac{\sqrt[3]{(14661)^6} \cdot \sqrt[3]{(\sqrt{16}) \cdot (\sqrt{64} + \frac{16}{\sqrt{4}})}}{\sqrt[4]{(\log_{100}(10))^4} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{16} \cdot \sin(30) \cdot \cos(60)}} + \frac{(\frac{1}{2})^{-1}}{+ \left(\sqrt[3]{\left(\frac{0,5}{(\sqrt{(512 \cdot 0,5)^2})} \right)^{-1}} \right)^{10} - \left(3 \cdot (6 \cdot \sin(30))^3 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt[3]{(6 \cdot 0,5)^3}}{\cos(60)} \right)} \right)$$

Slika 1.

2. Gotovo bez izuzetka učenici na svakom satu i ispitu smiju rabiti džepne kalkulatore kojima mogu rješavati kvadratne jednadžbe i sustave, dobiti sve vrijednosti zadane funkcije odjednom, te koji imaju prirodni, matematički zapis razlomaka i korijena, koji racionaliziraju nazivnik...
3. Ne samo da su nestali zadatci za vježbanje uporabe logaritamskih tablica, nego su primjerice poglavlja "algebarski izrazi" i "velika trigonometrija" svedeni na najmanje polovicu one širine i dubine koju smo imali do negdje 2000. godine. Dovoljno je uzeti dva udžbenika, jedan iz tog i drugi iz sadašnjeg razdoblja, pa ih usporediti.
4. Svaki zadatak iz naših udžbenika i zbirki (njih se mi nastavnici držimo ako ne zbog drugog onda zbog komoditeta), pa i onaj koji smatramo težim u biti je u tom računskom dijelu vrlo tanak, brzo gotov. Nema tu više kobasičastih zadataka. Udžbenici pokazuju da se dogodila tiha reforma kurikula matematike.
5. Činjenica je također da su naši udžbenici značajno obogaćeni primjerima koji koreliraju sa životnim okruženjem, drugim nastavnim disciplinama i drugim poglavljima matematike. Danas već ima jako puno "zadataka riječima". Paradoks je u tome da upravo takvi zadatci iritiraju učenike koji ne vole matematiku i kad god mogu, izbjegnute ih, a na testu će ih preskočiti. Oni nisu zahvalni za model svladavanja matematike uz instrukcije dan-dva prije ispita, što

je nažalost učestala praksa. Instruktori drilaju upravo zadatke tipa *izračunaj*, jer je tu zagarantirano dobivanje pozitivne ocjene. Samo tada ne stvaramo mi "pokvarene kalkulatore", nego netko drugi.

6. Dogodila se nama i *Državna matura* koja itekako utječe na nastavu u učionicama. Zadatci s mature nisu baš takvi da sadrže sve korake matematičkog modeliranja koje spominje C. Wolfram, ali je zasigurno najmanje računanja. Ako ga i ima, opet nekoliko redaka i to uz pomoć kalkulatora.

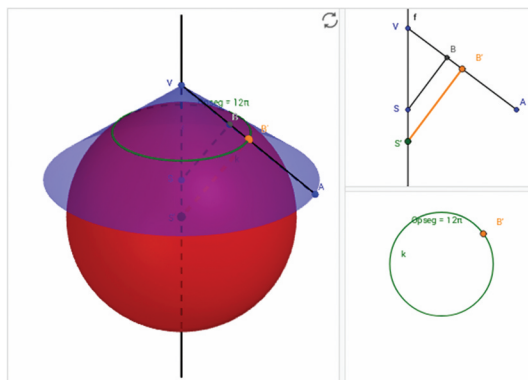
Bez obzira na razinu matematike, teško ju je zamisliti bez računskih algoritama, postupaka i procedure u rješavanju. Isto tako, uvijek su postojale tehnike, tablice i razna pomagala koji su olakšavali tu "tehničku" stranu matematike. Inženjerski su priručnici uvelike bili ispunjeni stranicama koje su samo olakšavale računanje, a danas je za rješenje dovoljno upitati *Wolfram Alpha* sa svog pametnog telefona. Na razini srednjoškolske matematike možete s istim pametnog telefona zatražiti besplatnu *GeoGebrinu* aplikaciju da riješi kvadrat binoma $(2a + 1)^2$, što određenom broju učenika nije mali problem. Hoćemo li zato, što se time neki učenici "gombaju" ustuknuti i pustiti da to radi računalo umjesto njih? Ne bi li naš zadatak trebao biti i razvijanje apstraktnog načina razmišljanja koje $2a$ vidi kao prvi član binoma pa je prvi na kvadrat $4a^2$, a nije $2a^2$ ili dvostruki prvi da je $4a$, a ne $2a$, kako će zacijelo neki učenici odgovoriti? Postoji i svojevrsna disciplinska vrijednost matematike u tim računskim postupcima. Ako ne izgradimo bar do neke mjere disciplinu učenika u baratanju matematičkim jezikom i pismom, teško da je moguća izgradnja matematičkog modeliranja. Ni u kojem slučaju ne bi trebalo ići iz krajnosti u krajnost.

Kornet i kuglica sladoleda

Može li se 'strojem' riješiti najteži zadatak s ljetnog roka posljednje državne mature? Riječ je o svojevrsnom geometrijskom modeliranju, zadatku koji je uspješno riješio vrlo mali broj učenika.

Zadan je šuplji uspravni stožac s izvodnicama duljine 15 cm te visinom duljine 9 cm. U njega je stavljena kugla polumjera 10 cm koja dira samo izvodnice stošca. Kolika je duljina kružnice u kojoj se dodiruju kugla i plašt stošca?

Odgovor je potvrđan – može ga se riješiti strojem i dobiti, ne samo aproksimativnu decimalnu vrijednost, nego i precizan zapis izražen brojem π . Tehnički je to na maturi izvedivo tako da učenici primjerice rabe specijaliziranu i ograničenu *GeoGebrinu* aplikaciju za ispite. Sav izračun bio bi prepušten računalu, ali samo računalo neće dati rezultat ako učenik ne razumije postavljeni problem, ako ga ne zna pretočiti u određeni matematički koncept i s pomoću njega konstrukcijski doći do rješenja. Takvo rješenje možete pogledati na adresi <http://www.geogebra.org/m/Hr7YzrU3>.



Slika 2.

Preuzmite zadatak s dane stranice i u *Opisu konstrukcije* pogledajte kako je riješen. Ključan korak je konstrukcija središta kugle na osi stošca metodom homotetije. Papirnatu i računalno rješenje svode se na isti matematički koncept. Ovo računalno rješenje ima određene draži, ali s druge strane traži rutinu u korištenju programom. A papir i olovka ne traže ništa posebno, nekako se prirodno i lagan koncept iz glave pretoči u rješenje. I na kraju krajeva ni kod ovog zadatka nema nekog teškog i dugačkog računanja! Čak ni kalkulator nije potreban.

Naslovna fotografija preuzeta sa
<http://www.auktwb.org/wp-content/uploads/2017/02/139886208-1024x576.jpg>