

GeoGebrine grupe

– specijalizirani sustav za vrednovanje učeničkih postignuća u matematici

Šime Šuljić, Zadar



Zbog epidemije koronavirusa morali smo se prilagoditi drukčijoj svakodnevici i udaljenom učenju. Stjecajem okolnosti možemo reći preko noći. Srećom je bio kraj tjedna pa su nastavnici imali dva slobodna dana da se malo pripreme, ali nažalost preporučeni sustavi za udaljeno učenje su itekako prekidali i zakazivali, tako da je početak radnog tjedna učiteljima i učenicima protekao u silnom gubitku vremena i energije. Uzgred, pitanje odgovornosti za nefunkcionalnost sustava nije potegnuto, ali se tvrdilo da su nastavnici obučeni za rad na sustavima za udaljeno učenje tijekom tečajeva na Loomenu. Međutim, čak i oni koji su savjesno odradili tečajeve i skupili sve značke, govorili su da se ne snalaze. Pogubili su se i naši *digitalni urođenici*, kako učenicima od milja neki već dugo tepaju. Pribjeglo se tada zaobilaznim, ali protočnim komunikacijskim kanalima kao što su Whatsapp i Viber grupe, elektroničkoj pošti i drugim servisima, što je spašavalo situaciju, ali i doprinijelo kaosu u

praćenju i nepotpunoj ili čak krivoj uporabi sustava predviđenih za udaljeno učenje. Upitno je koliko su pametni telefoni i aplikacije na njima pogodne za ozbiljniji rad, ali sve se brzo i u velikoj mjeri prilagodilo tom osnovnom, a često i jedinom uređaju kojim učenici pristupaju školi na daljinu. Brzo se pokazalo da smo dobili nekakav hibrid. Snimljena predavanja i naputke nastavnici su slali učenicima, a učenici su nastavnicima slali fotografije olovkom ispisanih papira. Nastavnici su zasipali učenike nebrojenim zadaćama, koje možda i nisu bile opsežne po predmetu pojedinačno, ali u ukupnosti svih školskih predmeta potpuno nereformirane škole pokazali su se itekako opsežnima. Bila je ovo prilika da se kaže: neki su predmeti zbog određenih razloga važni da ih se intenzivno uči u kontinuitetu, dok drugi u ovim okolnostima mogu malo pričekati ili na neki drugi način napraviti izbornost. Ali izgleda da ćemo se načekati smanjenja broja nastavnih predmeta na tjednoj bazi. S druge strane, učenici

Šime Šuljić, prof., Klasična gimnazija Ivana Pavla II., Zadar, simesu@gmail.com

su zamarali nastavnike lošim fotografijama zadaća, bez kontrasta i dovoljno osvjetljenja, loše fokusiranim i kadriranim. Rekoh jednom svojim učenicima u šali kako su mi slali fotografije stolnjaka, bakinih naočala i mačkinog repa. Tehnika fantastičnih mogućnosti korištena je za sadržaj koji s mukom na drugom zaslonu netko čita. Ali sve skupa moglo bi se kazati da je moderna tehnologija omogućila povratak čiste frontalne nastave u velikom stilu. Oni koji su pratili TV kanale *Škole za život* uvjeravaju me da je također riječ o čistoj frontalnoj nastavi ispod razine kvalitete kakva bi morala biti kada je riječ o uporabi na nacionalnoj razini.

Naputak i naknadna preporuka GeoGebre

U naputku Ministarstva znanosti i obrazovanja pod nazivom *Smjernice osnovnim i srednjim školama vezanim za organizaciju nastave na daljinu uz pomoć informacijsko komunikacijske tehnologije* navedene su razne platforme za uporabu u tom smislu, ali ne i GeoGebrine grupe o čemu smo u 87. broju MiŠ-a pisali još u prosincu 2016. godine¹. To je zapravo očekivano jer je riječ o platformi namijenjenoj jednom nastavnom predmetu, a ne funkcioniranju razreda u svim predmetima.

Što zbog "štekanja" nekih sustava zbog preopterećenosti, a što zbog potrebe nastavnika za jednostavnom izradom i objavom matematičkih sadržaja, računalni program GeoGebra i prateći mrežni servisi sustava postali su već u prvom tjednu vrlo traženi među nastavnicima, kao i potreba da se ubrzano sami obrazuju za njihovu uporabu. Kako su nastavnici i inače dosta povezani preko društvenih mreža, solidarnost i dijeljenje materijala brzo je utraživalo novonastale potrebe. Nakon nekoliko tjedana resorna je ministrica i osobno uputila na korisnost programa GeoGebra u nastavi matematike². Za

GeoGebrom se posegnulo između ostaloga zbog potrebe vrednovanja učenika u sustavu nastave na daljinu. Bilo je tu riječi i o takozvanom *Ispitnom načinu* GeoGebre³ (*GeoGebra exam*) za koji želim pojasniti kako nam ne može biti ni od kakve pomoći u izvođenju ovakve udaljene nastave kakvu imamo. Naprotiv, ta je aplikacija namijenjena pametnim telefonima i tabletima koji se onda mogu koristiti za vrijeme održavanja klasičnog "papirnato" testa jer isključuje internet i bilo kakvu komunikaciju tim uređajem za vrijeme uporabe aplikacije na njemu, a za nastavnika podnosi izvješće o pravilnoj uporabi.

Prošlo je već nekoliko godina otkad se pojavila aplikacija *GeoGebrin ispitni način*, ali je njena uporaba za vrijeme testa mnogo više od uporabe klasičnog znanstvenog kalkulatora (džepnog računala). Zahitjeva od učenika bolje poznavanje aplikacije, a kad ju upozna, onda mnogi klasični zadatci koje sada postavljamo postaju trivijalni i lako rješivi. *GeoGebrin ispitni način* pogodan je za dijagnosticiranje usvojenosti koncepata, a gotovo uopće ne za dijagnosticiranje usvojenosti postupaka. To je izgleda trend u suvremenoj nastavi matematike o čemu je pisano u 91. broju MiŠ-a⁴. Međutim, ispiti državne mature kakvu sada provodimo i propisani kalkulatori, iako nisu kruna obrazovanja svakako su bitna odrednica toga obrazovanja. Za radikalna zaokret potrebne su odluke struke i obrazovne politike bez kojih se ne možemo tek tako upuštati u promjene obrazovne prakse.

GeoGebrini servisi

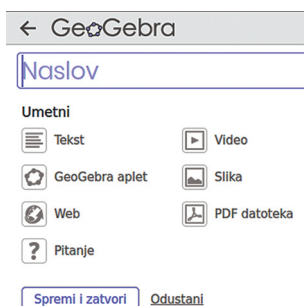
Ostali GeoGebrini servisi i sam program u ovoj situaciji mogu biti od uistinu velike pomoći. Počevši od obične slike iz bilo kojeg dijela matematike i objave sadržaja, preko interaktivnog apleta za učenike pa sve do postavljanja zadataka ili cijelog testa razrednom odjelu. Tu je još nekoliko stavki koje s

¹ Šime Šuljić: *Virtualni razred na sustavu GeoGebra – GeoGebrine grupe*, MiŠ broj 87., prosinac 2016., <http://mis.element.hr/fajli/1535/87-11.pdf>

² YouTube kanal *srednjaHR*, https://youtu.be/y2SR_2xHpLI

³ *GeoGebra on tests*, www.geogebra.org/exam

⁴ Goran Knežević: *Dolje račun, živjela matematika!*, MiŠ broj 91., <http://mis.element.hr/fajli/1596/91-08.pdf>



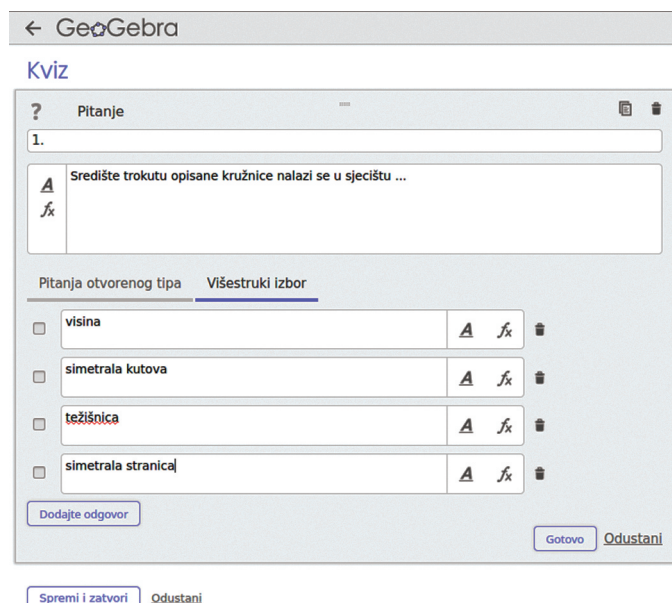
Slika 1.

Iakoćom korisnik, bilo učenik ili učitelj može objaviti pod svojim korisničkim imenom na GeoGebrinu servisu za objavu uradaka. Dovoljno je na kartici *Moji radovi* odabrati *Izradi aktivnost* (slika 1). Važno je napomenuti da je servis besplatan i uopće nema nikakvih reklama, a vrlo je jednostavan i intuitivan za uporabu. Učenik s navršениh 14 godina može mu samostalno pristupiti, a oni mlađi uz privolu roditelja.

Mrežna stranica s pitanjima otvorenog tipa i višestrukog izbora

Odmah u prvom tjednu nastave na daljinu među nastavnicima je nastupila pomama za popularnim kvizovima. Zapravo je riječ o nizanju zadataka višestrukog izbora. Mnoštvo servisa i web 2.0 alata postoji na bespućima interneta. S pravom se postavlja pitanje koliko nastavnik može uopće gubiti vrijeme na isprobavanje svih tih alata iako je vrlo korisno poznavati recimo mogućnosti *Google obrazaca*. Na GeoGebrinu je sustavu nakon izbora *Izradi aktivnost* između ponuđenih sedam elemenata (slika 1) potrebno odabrati *Pitanje*.

Klikom na gumb *Gotovo* prvo je pitanje ubačeno u mrežnu stranicu, a sljedeće se dodaje klikom na gumb *Dodaj element* pa ponovno *Pitanje*. Obratite pažnju na ikone *A* i *fx*. One omogućuju uređivanje teksta i umetanje matematičkih formula u pitanje. Ako imate potrebu za stavljanjem slike u pitanje ili ponuđeni odgovor, jednostavno to napravite upora-



Slika 2.

bom tipki *Ctrl+V*. Na isti način može i učenik umetnuti sliku odgovarajući na pitanje, ali bi to trebalo izbjegavati zbog opterećenja sustava, opasnosti da će umetanjem slika ogromnih formata u relativno male okvire za odgovore stranica postati nepregledna. S druge strane, teško je očekivati od učenika da će baš koristiti sustav za pisanje formula iako ovaj nije kompliciran. Sada je možda prilika da napravimo otklon od nizanjanja redaka s postupcima, koje uostalom ionako neki prepisuju od Photomatha, a okrenemo se inzistiranju na iznošenju plana rješavanja zadatka, razumijevanju koncepata i pravilnom matematičkom sporazumijevanju. Ovdje sam dužan napomenuti da je Photomath jedan vrlo dobar program koji na dlanu odgovorna učenika može biti velika pomoć u svladavanju matematike. Već samim time da pitanje aplikaciji koja zapravo daje sugestivan i dozirajući odgovor postavlja učenik, mnogo je bolje od instrukcija na kojima učenik čak ni ne bira zadatak, a kamoli da postavlja pitanja. Prilog ovom članku je dodatak *Matematika u doba korone, a i inače*, što sam napisao svojim učenicima nakon nekih pregledanih zadataka.

Pokretanje grupe

Vratimo se našem ispitu koji smo nizanjem zadataka izradili. Klikom na *Spremi i zatvori* stranica je objavljena i osoba kojoj smo podijelili poveznicu može odgovarati na postavljene zadatke, čak dobiti i povratnu informaciju ako smo ugradili tu mogućnost, ali mi odgovor nećemo vidjeti jer on na sustavu neće ostati zabilježen. Za to je potrebno tu stranicu dodati u grupu kao zadatak. Izraditi grupu i postaviti zadatke još je lakše nego izraditi mrežnu stranicu (aktivnost). Izradu grupe pokrećete na glavnoj GeoGebrinoj mrežnoj stranici u izborniku *Grupe*. Na slici 3 vidi se vrlo jednostavna procedura.

Slika 3.

Slika 4.

Nakon spremanja grupa je izrađena, ali je potrebno pozvati učenike u nju. Učenici na sustavu trebaju otvoriti svoj račun, a potom se pridružuju grupi upisom generirane lozinke. Imajte živaca kada vas najmanje jedan učenik u razredu stane uvjeravati da se na sustav ne može registrirati, a vi ne znate je li upisao pogrešno e-adresu ili nije poštovao jednostavnu proceduru. Ako upravo čitate članak, iskoristite lozinku koju vidite na slici 4, slobodno zavirite u grupu izrađenu za čitatelje Miš-a.

Na kartici *Objave* može se učenicima napisati obavijest ili zadati zadatak. Klikom na gumb *Dodaj materijal* možemo birati dodavanje postojećeg materijala među svojim materijalima, upravo onu stranicu koju smo ranije objavili s nizom pitanja. Kada učenik u grupi pristupi toj stranici, odnosno tom zadatku i odgovori na sve zadatke, klikom na gumb *Predaj* predaje svoju zadaću. Mi možemo vidjeti točno vrijeme predaje rada kratkim zadržavanjem nad ikonom predane zadaće na kartici *Vrednovanje*. Uz svaki element te stranice postoji mogućnost upućivanja kratke poruke učeniku, a i učenik može postavljati pitanja. Za razliku od upita i komentara na kartici *Objave* koji su javni, ove su vidljive samo učeniku i učitelju.

Obilje već izrađenih materijala za vaše grupe

Primjer 1. Posebnost GeoGebrina sustava je slobodan odabir i dodavanje u svoju grupu svih objavljenih radova, bilo kojih korisnika u svijetu, a da za to

Slika 5.

ne morate tražiti nikakvu dozvolu. Isprobajmo sasvim drugačije izrađeni kviz čiji je autor kolega Alex CHIK iz Hong Konga⁵. Dovoljno je da u GeoGebri- noj tražilici upišete **k4kdcqhc** (potpuna URL adresa je <http://www.geogebra.org/m/k4kdcqhc>).

Primjer 2. Određivanje jednadžbe grafa linearne funkcije (<http://www.geogebra.org/m/vwe6jswj>, slika 6).

Za razliku od naših niza pitanja na jednoj mrežnoj stranici ovdje je riječ o ugrađenom GeoGebri- nju apletu koji na slučajan način generira objekte za ovaj zadatak. Tako svakim otvaranjem, odnosno novim pokušajem učenik dobije novi zadatak, a učenici vaše grupe međusobno drukčije zadatke. Dana dva primjera zapravo su jedna “beskonačna vježbalica” koja bilježi broj točno riješenih zadataka, a mi na kraju vidimo je li učenik doista odradio određeni broj takvih zadataka, odnosno osvojio zadani broj bodova.

Papirnate verzije testa s odgovorima višestrukog izbora postale su popularne nakon uvođenja državne mature. S dobro sastavljenim zadacima i odgovorima imaju stanoviti šarm i lakoću ispravljanja, ali kada ih stavimo na zaslon računala, nerijetko se događa da je učenik više sklon pogađanju klikanjem, nego promišljanju i računanju uz zapisivanje. Situacija u kojoj nije lako pogoditi točan odgovor više odgovara učenju uz računalo koje će ujedno uvijek dati i povratnu informaciju i postaviti novi drukčiji zadatak koliko god puta trebalo.

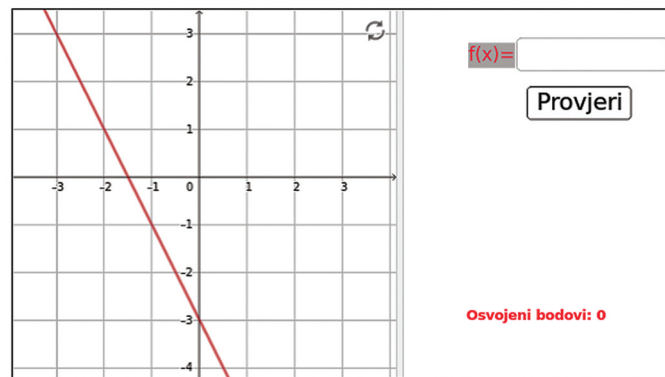
Geometrijski i konstrukcijski zadatci

Geometrijski zadatci su posebno zahvalni za vrednovanje u GeoGebri- nju grupama. Konstrukcije koje smo u praksi zanemarili sada se mogu vratiti u vrlo ugodnom okruženju.

⁵ Gmath, <http://www.gmath.hk>

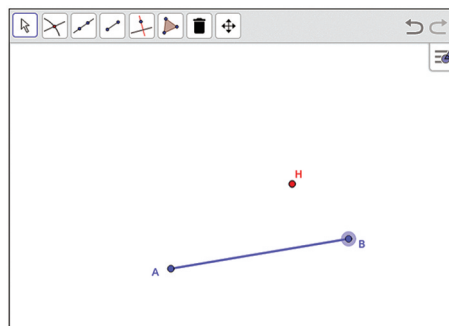
Linearna funkcija – vježbalica

U tekstualno polje upiši jednadžbu funkcije.



Slika 6.

Primjer 3. Na slici 7 vidite GeoGebru s prilagođenom alatnom trakom, a u njoj dva vrha trokuta i njegov ortocentar. Potrebno je konstruirati treći vrh i preostale stranice trokuta. Na istoj se mrežnoj stranici može dodati i pitanje otvorenog tipa (primjerice, što je visina trokuta?) (<http://www.geogebra.org/m/ed3gkKzE>).



Slika 7.

Primjer 4. Učenik može dobiti zadatak u kojem se traži samostalna konstrukcija geometrijskog tijela. Kroz konstrukciju piramide učenik može postati svjestan položaja i odnosa karakterističnih elemenata piramide (uradim li – naučit ću). Preporučujem pogledati i slobodno se koristiti stranicom na

poveznici <http://www.geogebra.org/m/agpzpkpk>. Učenik najprije prema zadanoj skici i uz uputu mora konstruirati piramidu i njene karakteristične trokute. Mora potom napraviti niz izračuna koji se na toj stranici traže kako bi mogao izmjeriti duljine, površine i obujme raspoloživim alatima apleta. Iskustvo mi govori da dobivanje povratne informacije od samog računala, odnosno programa u kojem učenik radi, daje puno veću motivaciju za ustrajnost i točnost nego rješenja na kraju udžbenika.

Grafovi funkcija

Primjer 5. Crtanje grafova GeoGebra veoma pojednostavljuje: upiše se jednačba grafa i eto grafa, ali može se tu napraviti svojevrsni hibridni model u kojem je potrebno samostalno crtati točke. Primjer je graf eksponencijalne i logaritamske funkcije (<https://www.geogebra.org/m/h3gkcbgh>).

Eksponencijalna i logaritamska funkcija baze 1/2

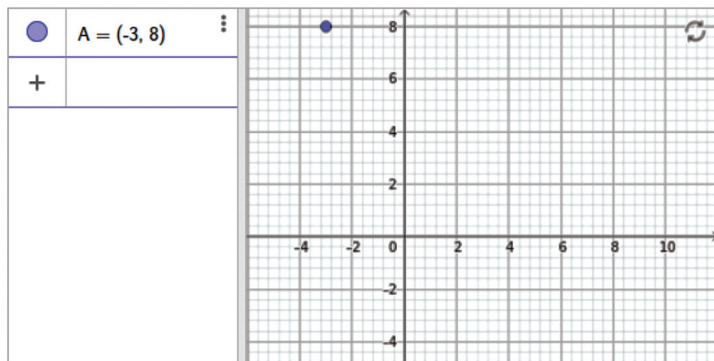
Zadatak

1. Zadana je funkcija $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

- Izračunaj vrijednost funkcije za ove x -eve: -3, -2, -1, 0, 1, 2 i 3. U lijevi stupac donjega apleta upisuj dobivene uređene parove npr.: (-3, 8). Već je upisan!
- Upiši potom funkciju $(1/2)^x$. Ako prolazi svim točkama točno je.

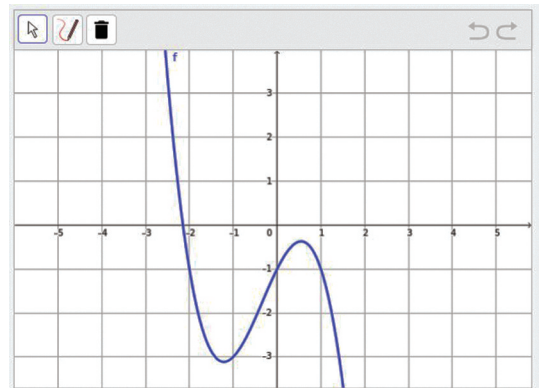
2. Zadana je funkcija $g(x) = \log_2 x$

- Izračunaj vrijednost funkcije za ove x -eve: 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2, 4 i 8. U lijevi stupac donjega apleta upisuj dobivene uređene parove npr.: (1/8, 3).
- Upiši potom funkciju $\log(1/2, x)$. Ako prolazi svim točkama točno je.



Slika 8.

Primjer 6. GeoGebra raspolaže i olovkom. Učeniku možemo postaviti zadatak da nacrtat graf derivacije slučajno generiranog polinoma (slika 9) i on će olovkom nacrtat graf spremi i predati. To može biti puno važnije za razumijevanje pojma derivacije od same tehnike deriviranja.



Slika 9.

Prilika za iskorak u načinu postavljanja zadataka

Kroz ovaj se sustav mogu postavljati i klasični aritmetički, algebarski, analitički i drugi matematički zadatci. Matematički zadatci su poligon za otkrivanje i učenje matematike. Stvarani su stoljećima i uvijek se dorađuju. Neki su autori posebno umješni u stvaranju novih zadataka. Zaslon računala nam omogućuje da i naglavačke okrećemo uobičajene zadatke.

Primjer 7. Recimo, umjesto nacrtaj točku simetričnu točki A s obzirom na ordinatu, možemo reći: otkrij pravilo po kojem zavisna točka B prati nezavisnu točku A dok ju povlačiš po koordinatnom sustavu. Opiši to pravilo riječima i simbolima. Novi kurikulum stavlja naglasak na matematičku komunikaciju. Seriju zanimljivih zadataka izradio je američki kolega Steve Phelps. Primjer jednog takvog zadatka možete pogledati na poveznici (<https://www.geogebra.org/m/z3WuKNeZ>).

Učiti kako učiti: Matematika u doba korone, a i inače



- 1) **Ne reci “ne razumijem” ili “ne znam”** prije negoli barem nekoliko puta pročitaš zadatak, zapišeš što je poznato i što se traži, napraviš skicu, simbolički zapis tvrdnje zadatka...
- 2) **Ne listaj udžbenik u potrazi za sličnim zadatkom**, ne kopaj po formulama osim kada znaš koju točno tražiš, ne pokreći Photomath. Ako si ipak odlučio posegnuti za nečim, **zapitaj se jesi li dao/dala sve od sebe na točki 1)**.
- 3) Ako nekoga želiš pitati za pomoć, **pitaj ga za početnu ideju**, ali nemoj mu dopustiti da ti riješi zadatak. **Vjeruj u sebe.**
- 4) Traži li te netko da mu pomogneš riješiti zadatak broj xy na stranici z , reci mu da nemaš udžbenik na raspolaganju, čak i ako gledaš u njega. **Zatraži da ti iznese svojim riječima kako glasi zadatak.** Krene li čitati, reci da si tražio da prepriča pa neka nazove ili neka se ponovo javi porukama za pet minuta. Znači, **vрати prijatelja ili prijateljicu na točku 1)**. Kao što se i sâm vraćaš u početnom i ključnom koraku na istu tu točku.
- 5) Poslušaj li te, možda će mu sinuti ideja, ali ako i ne, **tek tada tvoja pomoć ima smisla, imaš sugovornika s druge strane, a ne kopirku.** Steći će samopoštovanje samo ako sâm “odvali” barem dio zadatka. A na isti ga način stječeš i ti.
- 6) **Zapneš li na nekom zadatku, znaj da nisi ni sam, ni sama. Usudi se radi sebe, ali i radi drugih, potražiti pomoć ovdje, na ovom kanalu** (na kanalu na kojem upravo učiš). Svojim pitanjem sigurno ćeš još nekom pomoći, a nekom drugom učeniku dati šansu da izloži svoju ideju. Radosno je učiti zajedno! A i profesor je tu da **stručno i u točno određenoj i promišljenoj mjeri pomogne svima** jer mi smo eto virtualni, ali još uvijek razred.

Šime Šuljić, 2020.