

Zadatci otvorenog tipa



*Ljiljana Koritnik, Sukošan
i Mario Koritnik, Bibinje*

Često se u literaturi govori o tradicionalnoj i suvremenoj nastavi matematike. Prema takvoj se podjeli, za tradicionalnu nastavu matematike vežu, između ostalog, zadatci zatvorenog tipa. To su zadatci s poznatim postupkom rješavanja i samo jednim točnim rješenjem. Nasuprot tome, za suvremenu nastavu matematike vežu se zadatci otvorenog tipa. To su zadatci koji imaju više točnih rješenja, odnosno više načina rješavanja, za koje postupak rješavanja nije unaprijed poznat.

Kod zadataka otvorenog tipa naglasak nije na točnosti konačnog rješenja, nego na idejama, različitim načinima rješavanja, argumentaciji i komunikaciji, raspravi, razmjeni ideja, propitkivanju smislenosti rješenja, interpretaciji rješenja itd. Dakle, naglasak je na procesu rješavanja problema, a ne na rezultatu. Svrha zadatka otvorenog tipa može biti stvaranje novih zadataka i novih ideja. Također, cilj može biti uočavanje tipične pogreške, kreiranje vlastitog primjera prema zadanim uvjetima i dr. Zadatci otvorenog tipa idealni su kod problemskog pristupa, gdje osobito dolazi do izražaja samostalna aktivnost učenika. Uloga učitelja je postavljenje problema, tj. zadatka otvorenog tipa. Učenici samostalno rješavaju problem nakon čega uspoređuju rješenja, raspravljaju, argumentiraju, dolaze do novih zaključaka i ideja, dok učitelj prati i usmjerava tijek rasprave.

Zadatci otvorenog tipa mogu se koristiti kao uvodni, motivacijski zadatci, no isto tako mogu se koristiti i kod uvježbavanja ili ponavljanja.

S obzirom na cilj ili svrhu pojedinog bi se zadataka, među zadacima otvorenog tipa mogle izdvojiti sljedeće skupine zadataka:

1. zadatci s više rješenja
2. zadatci s više načina rješavanja
3. "nedorečeni" zadatci (rješenje ovisi o nekom uvjetu ili vrijednosti neke varijable)
4. "zbunjujući" zadatci (zadani podatci su ili suvišni ili nedostatni za rješavanje zadatka)
5. zadatci u kojima učenik kreira primjer
6. zadatci tipične pogreške
7. esejski zadatci.

Prije detaljnijeg opisa svake skupine i primjera zadataka otvorenog tipa, navedeno je nekoliko primjera koji pokazuju kako se zadatci zatvorenog tipa mogu preinačiti u zadatke otvorenog tipa (tablica 1). Obično je zadatak zatvorenog tipa uz malo mašte moguće na različite načine preinačiti u zadatak otvorenog tipa.

Ljiljana Koritnik, prof., Osnovna škola Sukošan, Sukošan, Ljiljana.koritnik@gmail.com
Mario Koritnik, prof., Osnovna škola Stjepana Radića, Bibinje

Zadatak zatvorenog tipa	Zadatak otvorenog tipa
Napiši koordinate točke B koja je osnosimetrična točki A (3, 1) s obzirom na x -os.	Napiši koordinate nekih dviju točaka A i B koje su osnosimetrične s obzirom na x -os.
Nacrtaj pravokutnik sa stranicama duljina 4 cm i 2 cm te izračunaj njegov opseg.	Nacrtaj neki pravokutnik opsega 12 cm.
Izračunaj $49 + 37$.	Opiši kako bi napamet izračunao $49 + 37$.
Taksi Vozić naplaćuje polazak 30 kuna i još 4 kune po kilometru. Taksu Brum naplaćuje polazak 20 kuna i još 5 kuna po kilometru. Koji je od njih povoljniji za udaljenost od 30 km?	Taksi Vozić naplaćuje polazak 30 kuna i još 4 kune po kilometru. Taksu Brum naplaćuje polazak 20 kuna i još 5 kuna po kilometru. Koji je od njih povoljniji? Objasni.
Ako je visina jednog kata 3.5 m, kolika je visina nebodera koji ima 18 katova?	Je li istina da su neboderi u Zadru najčešće viši od jednog kilometra? Objasni.
Izračunaj $27 \cdot 12 + 13 \cdot 12$.	Osmisli zadatak riječima koji odgovara računu $27 \cdot 12 + 13 \cdot 12$.

Tablica 1. Preinaka zadataka zatvorenog tipa u zadatke otvorenog tipa

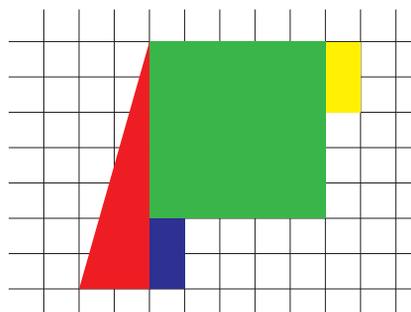
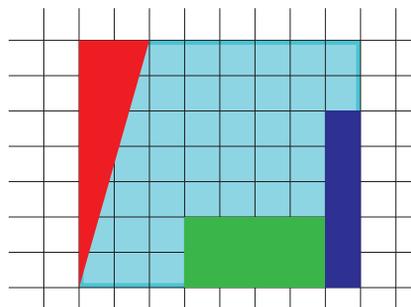
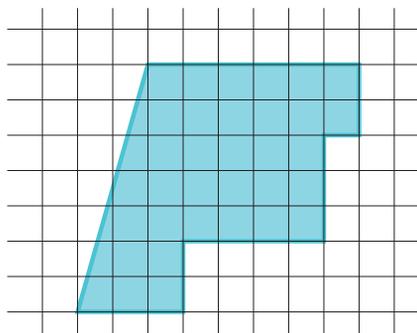
U nastavku slijede primjeri za svaku od spomenutih skupina zadataka otvorenog tipa.

1. Zadatci s više (ili beskonačno mnogo) rješenja

- Nacrtaj neki pravokutnik opsega 12 cm.
- Napiši neka dva prirodna broja čiji je umnožak manji od 50, a zbroj veći od 20.
- Napiši koordinate nekih dviju točaka **A** i **B** koje su osnosimetrične s obzirom na x -os.

2. Zadatci s više načina rješavanja

- Opiši kako bi izračunao površinu lika sa slike ako je svaki kvadratić u mreži površine 1 cm^2 .



Dvije ideje rješavanja prikazane su na slikama:

Može se uočiti da je zadatak zatvorenog tipa: *Izračunaj površinu lika sa slike*, gdje je naglasak na rješenju, preinačen u zadatak otvorenog tipa u kojem je naglasak na ideji ili čak na pronalaženju više načina rješavanja.

2. Opiši kako bi napamet izračunao $49 + 37$.

Primijetimo da je nešto drukčijim zapisom zadatak zatvorenog tipa: Izračunaj $49 + 37$, preoblikovan u zadatak otvorenog tipa. Samim time naglasak je na postupku rješavanja, na idejama, načinima razmišljanja. Može se očekivati da će neki učenici posebno zbrojiti desetice, posebno jedinice obaju pribrojnika, pa ih zbrojiti:

$$49 + 37 = (40 + 30) + (9 + 7) = 70 + 16 = 86.$$

Neki će prvom pribrojniku dodati desetice drugog pribrojnika pa tom zbroju dodati jedinice drugog pribrojnika:

$$49 + 37 = 49 + 30 + 7 = 79 + 7 = 86.$$

Možda će se netko sjetiti da od drugog pribrojnika posudi 1 i doda prvom pribrojniku da dobije "okrugli" broj:

$$49 + 37 = (49 + 1) + (37 - 1) = 50 + 36 = 86.$$

A možda će učenici iznenaditi učitelja nekim svojim načinom rješavanja.

3. "Nedorečeni" zadatci – oni u kojima rješenje ovisi o nekom uvjetu, tj. o vrijednosti jedne ili više varijabli

1. Taksi Vozić naplaćuje polazak 30 kuna i još 4 kune po kilometru. Taksi Brum naplaćuje polazak 20 kuna i još 5 kuna po kilometru. Koji je od njih povoljniji? Objasni.
2. Luka i Ivan pomažu stricu, što im on plaća. Luka će prvi dan dobiti 10 kuna, a svaki sljedeći dan 2 kune više nego prethodnog. Ivan će prvi dan dobiti 1 kunu, a svaki sljedeći dan dvostruko više od prethodnog dana. Tko je bolje prošao?
3. Mario treba kupiti sokove za proslavu rođendana. Isplati li mu se otići u obližnji gradić po jeftinije sokove nego što su u njegovom mjestu?

Može se činiti da u ovakvim zadacima nedostaje neki podatak, da se ne mogu riješiti, no upravo je u tome njihova ljepota i težina. Puno su zahtjevniji i više potiču učenike na razmišljanje nego analogni zadatci zatvorenog tipa. Svaki ovakav zadatak zahtijeva od učenika razmišljanje, povezivanje, odabir

odgovarajuće metode koja se ne nameće kao rutinska, uvježbana, nego traži od učenika samostalnost, kreativnost, usredotočenost, snalaženje u problemskoj situaciji, sustavnost...

4. "Zbunjujući" zadatci – s nedostatkom i/ili viškom podataka

1. Je li istina da su neboderi u Zadru najčešće viši od jednog kilometra? Objasni.
2. Farmer ima 10 pataka, 2 svinje i 1 traktor. Koliko godina ima farmer?
3. Izračunaj i rezultat provjeri množenjem:
a) $5 : 1 =$ b) $0 : 5 =$ c) $5 : 0 =$

U prvom zadatku nisu navedeni svi potrebni podatci, ali učenici na temelju iskustvenog znanja i procjene mogu doći do odgovora.

Podatci u drugom zadatku nepotrebni su i učenik na temelju njih ne može ništa zaključiti da bi došao do odgovora. Može se ovakav zadatak činiti besmislenim i nepotrebnim, ali iskustvo pokazuje da učenici vrlo često bez razmišljanja uzimaju brojeve koji se spominju u zadatku i s pomoću njih pokušavaju doći do rješenja, često besmislenim postupkom. Da bi se to izbjeglo, može se također u uobičajene zadatke zatvorenog tipa dodati poneki nepotreban brojčani podatak.

Svrha trećeg zadatka je spoznaja da se nulom ne dijeli.

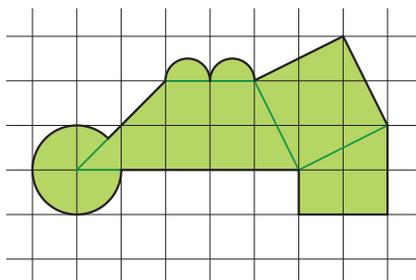
5. Zadatci u kojima učenik kreira primjer prema zadanim uvjetima

1. Osmisli zadatak riječima koji odgovara računu $27 \cdot 12 + 13 \cdot 12$.
2. Nacrta pet različitih likova površine 5 cm^2 .
3. Nacrta neki neobičan lik čija je površina veća od 16 cm^2 , a manja od 20 cm^2 . Upotrijebi maštu.

U ovakvim zadacima učenička kreativnost osobito dolazi do izražaja, potiče se mašta.

Treći zadatak idealan je za rad u skupini ili u paru i može poslužiti kao poticaj za ponavljanje površina geometrijskih likova.

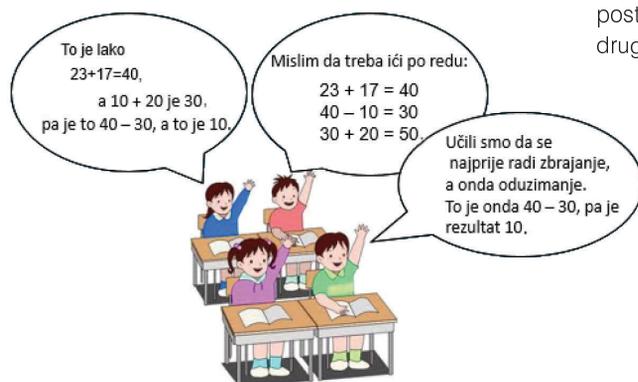
Jedno moguće rješenje tog zadatka prikazano je na slici:



Nakon što svaka skupina ili par nacrtaju svoj lik, može zamijeniti sliku s drugim parom tako da svaka skupina izračunava površinu lika koji je kreirala druga skupina.

6. Zadatci u kojima je cilj otkrivanje tipične pogreške u konceptu ili postupku – tko je u pravu?

Primjer: Koliko je $23 + 17 - 10 + 20$? Pogledaj strip i odgovori tko je u pravu. Objasni.



Svrha ovakvih zadataka je isticanje tipične pogreške. Uz točan odgovor potrebno je obrazloženje, kao i osvrt na netočne tvrdnje i argumentacija. Za zadatke ovog tipa najprikladniji je strip u kojem neki od likova čini tipičnu pogrešku. Također, mogu dva lika u stripu imati točno rješenje, ali da jedan od njih ima netočnu argumentaciju, odnosno postupak.

7. Esejski zadatci

Primjer: Šest učenika zajedno je naručilo veliku pizzu čija je cijena 48 kuna. Svatko je dao po 8 kuna.

Pizza je greškom bila prerezana na 6 dijelova kao na slici. Što sve možete o tome reći? Koja pitanja možete postaviti?



Učenici mogu uočiti da je pizza podijeljena na 6 dijelova, ali da to nisu šestine jer nisu jednaki dijelovi. Veći dio je četvrtina, a manji dio osmina, što znači da bi učenik koji dobije veći komad zapravo dobio dvostruko više od onog tko dobije manji komad. Moglo bi se izračunati da bi cijena većeg komada trebala biti 12 kuna, a manjeg 6 kuna. Sve ovo učenici mogu zaključiti i na temelju toga postaviti pitanja. Ovaj je zadatak pogodan za rad u paru ili skupini na način da svaka skupina prouči sliku, postavi pitanja, nakon čega odgovara na pitanja druge skupine i obratno.

Prednosti zadataka otvorenog tipa:

- veća aktivnost učenika
- samostalnost – odabir vlastitog puta, izražavanje vlastite ideje
- povezivanje matematičkog znanja, vještina i sposobnosti
- kreativnost
- komunikacija, međusobno uvažavanje, argumentacija
- stvaranje novih ideja
- razvijanje sposobnosti procjene

Velika prednost zadataka otvorenog tipa je da se ne mogu rješavati "šablonski" nego zahtijevaju promišljanje, povezivanje znanja i stvaranje plana rješavanja.

Problem kod zadataka otvorenog tipa je osmišljavanje takvih zadataka tijekom pripreve za nastavu, kao i to što provedba i eventualno vrednovanje zahtijevaju više vremena.

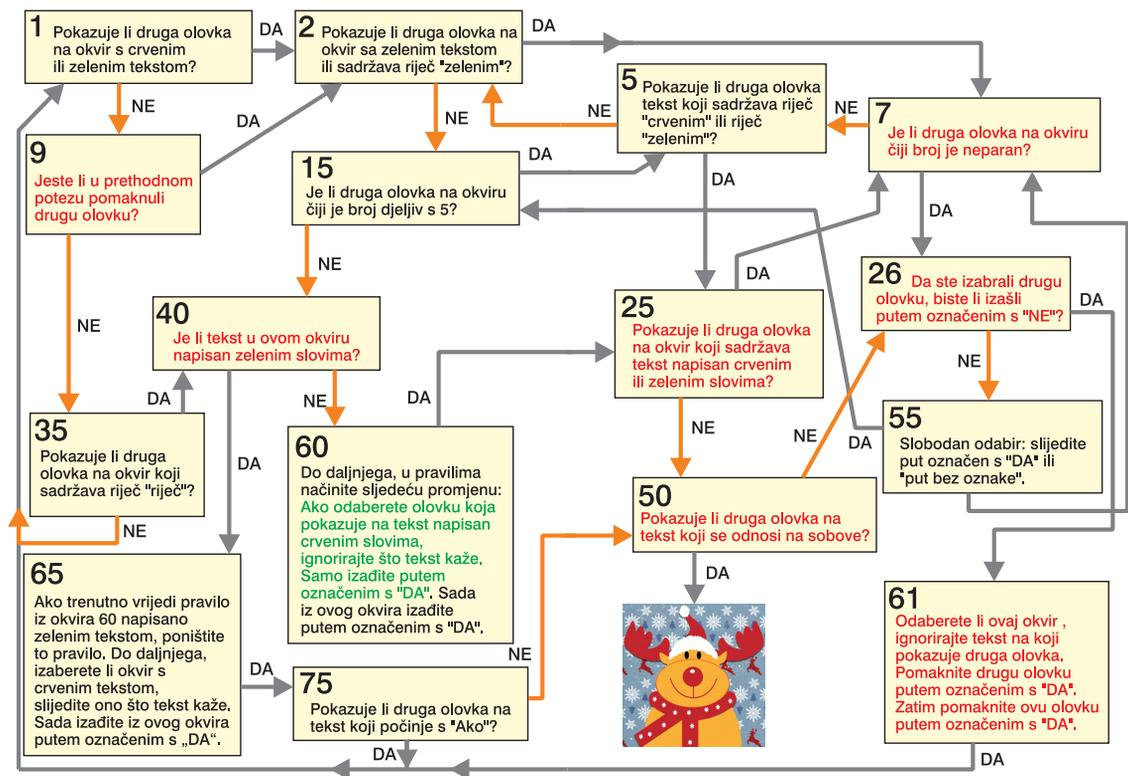
Međutim, zadatci otvorenog tipa daju učitelju bolji uvid u dubinu učeničkog znanja, "rupe" u razumijevanju matematičkih koncepata, jezik kojim se služe u obrazlaganju matematičkih ideja, način interpretacije matematičkih situacija itd.

Odabir zadataka bitan je za kvalitetu nastave. Zadatci zatvorenog tipa pogodni su za uvježbavanje postupaka i algoritama, a zadatci otvorenog tipa za razumijevanje koncepata i mogu biti dobar temelj problemskom pristupu u nastavi matematike.

LITERATURA

- 1/ https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/metodika/materijali/Zadaci_otvorenog_tipa-predavanje_i_radionica.pdf
- 2/ http://mste.illinois.edu/users/aki/open_ended/WhatIsOpen-ended.html
- 3/ <https://www.uky.edu/OtherOrgs/ARSI/www.uky.edu/pub/arsi/openresponsequestions/mathorq.pdf>
- 4/ Branimir Dakić (2013.): Otvoreni pristup u nastavi matematike, *Matematika i škola*, 58, 101–107.
- 5/ Maja Cindrić (2016.): Rad s darovitim učenicima u matematici, Zadar.

Sob u logičkom labirintu



Kako biste slijedili put u ovom labirintu, trebaju vam obje ruke, a bit će vam lakše ako u svakoj ruci držite po jednu olovku (ili neki drugi pokazivač koji će vas podsjetiti gdje ste). Jednu olovku postavite na okvir 1, a drugu na okvir 7. Vaš je cilj napraviti niz poteza i barem s jednom olovkom završiti na okviru sa slikom soba. Da biste načinili potez, *najprije* odaberite jednu od olovaka, a *zatim* slijedite upute u okviru na koji ta olovka pokazuje. To je sve. Nikakve druge odluke ne treba donositi, osim kada slijedite upute u okviru 55. Ponavljamo: upute u okviru slijedite tek *nakon* što ste odabrali svoju olovku. Rješenje možete pogledati na dnu 68. stranice.

Iz knjige Lana Stewarta: *Krave u labirintu*, Mala matematička biblioteka 12, Element, Zagreb, 2014.