

Računanje površine s pomoću tangram slagalice



Brankica Majdiš, Osijek

U MIŠ-u broj 101 i 102 objavljen je članak *Tangram u nastavi matematike*, autorica Andree Kavajin i Nives Baranović u kojem je detaljno opisana ova stara kineska slagalice. Isto tako, predložene su i opisane aktivnosti s tangramom za rad u razredu. U ovom radu bit će opisan jedan primjer razrade predloženih aktivnosti i njihova primjena u praksi.

Projekt je proveden s učenicima petog razreda, ali isto tako, zbog usporedbe kvalitete dobivenih rješenja i s učenicima jednog sedmog razreda.

Upoznavanje učenika s tangramom i ciljem projektnog zadatka

Nakon detaljnog upoznavanja učenika s tangramom (istraživanjem svojstava i međusobnih odnosa svih sedam tanova, oblikovanjem točno 13 konveksnih likova, zadavanjem pravila slaganja), krenuli smo u avanturu jačanja geometrijskog zora učenika.

Glavni zadatak bio je izračunati mjeru površine zadanog konveksnog mnogokuta indirektnim putem – računanjem površina pravokutnika, kvadrata i

pravokutnog trokuta (vidi [1]). No, slaganjem zadane tangram figure, te osmišljavanjem vlastite tangram figure i matematičke priče/zadatka vezane uz tu figuru, cilj projekta bio je i jačanje kreativnosti i kritičkog mišljenja učenika.

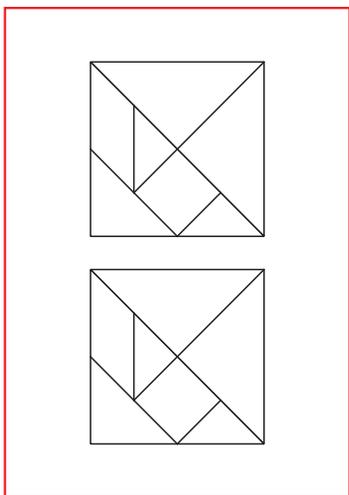
Opis rada i rezultata

Podjela učenika u skupine, zadavanje zadataka, njihova rješenja

Učenici su podijeljeni u skupine (po 4–5 učenika). Svaka skupina dobila je jedan papir sa zadacima, drugi s koordinatnom mrežom (napravljenom s pomoću *GeoGebre*) i treći na kojem su 2 tangram

Brankica Majdiš, učiteljica savjetnica, OŠ "Mladost", Osijek, brankica.majdis@gmail.com

kvadrata (slika 1) koja će se rezati na tanove. Dobili su i jedan papir u boji na koji će zalijepiti zadanu tangram figuru.



Slika 1. Tangram kvadrati

Aktivnosti su sljedeće:

TANGRAM MOZGALICE

1. Na papiru u boji s pomoću tanova (dobivenih rezanjem prvog tangram kvadrata) posložite i zalijepite sljedeću figuru:



Napomena: tanovi se ne smiju preklapati, nego nastavljati/slagati jedan do drugog. Potrebno je iskoristiti svih sedam tanova.

2. Samostalno sastavite zadanu geometrijski lik koristeći sve tanove iz drugog tangram kvadrata.



3. Nacrtajte svoje rješenje iz 2. zadatka u točkastoj kvadratnoj mreži (grafitnom olovkom), a potom ga uredno obojite bojom kojom želite tako da ne prelazite stranice lika.

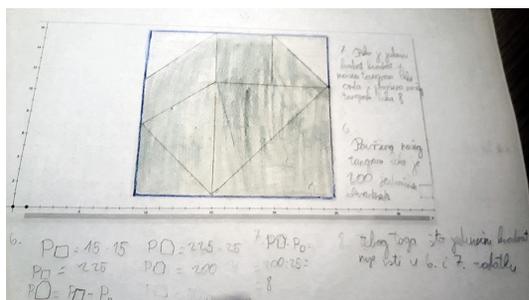
Napomena: pri crtanju, dimenzije lika prema potrebi proporcionalno uvećajte tako da vrhovi lika padnu u točke mreže.

4. Geometrijski lik koji ste nacrtali **nadopunite u pravokutnik** tako da mu stranice budu usporedne s koordinatnim osima (vodoravne i okomite).
5. Opišite dodane likove. Koji su to likovi? Koliko ih ima? Stranice novonastalog pravokutnika i dodane likove istaknite drugom bojom.
6. Pod pretpostavkom da je dužina između dviju susjednih točaka kvadratne mreže **jedinična dužina**, izračunajte površinu vašeg ranije obojenog geometrijskog lika. Račun i način razmišljanja uredno zapišite pored crteža u kvadratnoj mreži.
7. Pod pretpostavkom da je tangram kvadrat **jedinični kvadrat**, odredite **površinu** vašeg tangram lika. Rješenje zapišite pored crteža u kvadratnoj mreži.
8. Obrazložite zašto ste dobili različite vrijednosti za površinu istog lika u 6. i 7. zadatku?
9. D.Z. Napravite svoj tangram lik (ili figuru) prema želji i osmislite matematičku priču vezanu uz njega.

Osmišljeno je šest različitih skupina s istim aktivnostima, ali s različitim figurama i konveksnim mnogokutima koji se trebaju složiti s pomoću tanova (slika 2).

Nakon uputa za rad učenici su s veseljem odradili prvu aktivnost: od izrezanog tangrama posložili su i zalijepili na papir u boji zadanu figuru.

Tijekom prve aktivnosti shvatili su kako zadatak, iako zanimljiv, nije lagan. Vrlo brzo su uočili kako su njihova rješenja često malo različita od zadanog pa su ih morali popraviti. Ribna na slici 3 pokazuje



Slika 7.

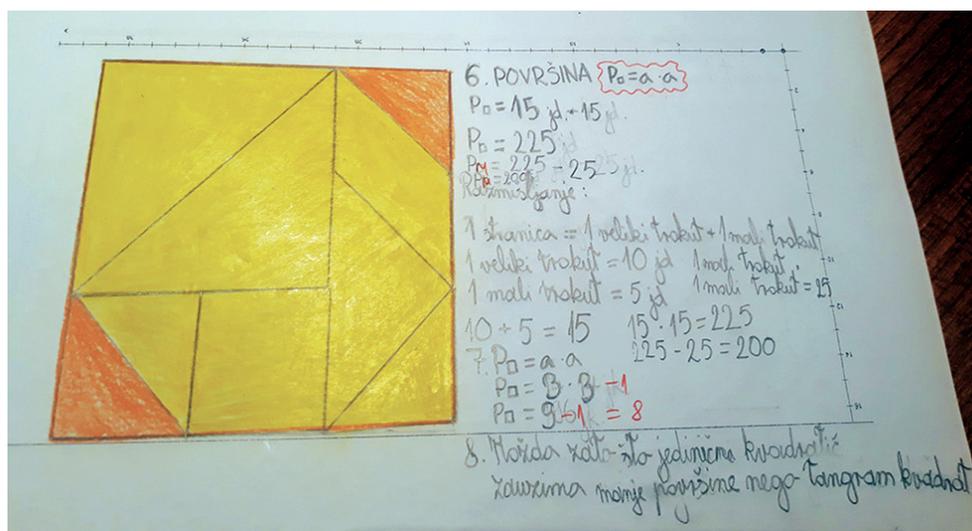
mnogokutima sačinjenim od istih tanova, učenici su vješto zaključili da i njihove površine moraju biti jednake, što se i potvrdilo točnim rješenjima iz različitih skupina. U 6. i 7. zadatku za izračunavanje površine korištene su različite mjerne jedinice: jedinični kvadratić, čija je stranica jedinična dužina zadana koordinatnom mrežom, te kvadrat tangrama. Jedan manji broj učenika je bez poteškoća shvatio kako korištenje različitih mjernih jedinica za mjerenje iste površine rezultira različitim mjernim brojevima. Veći dio učenika je shvatio isto, ali nakon dodatnog pojašnjenja i davanja primjera popločavanja kupaonice većim i manjim pločicama. Na moje iznenađenje i nakon svih dodatnih po-

jašnjenja i potvrde shvaćenog po skupinama, na završnoj prezentaciji uradaka, u svakom razrednom odjelu postojala je skupina koja je imala ili netočan zaključak u vezi različitih mjernih brojeva za istu površinu u 6. i 7. zadatku ili su imali grešku u računu ili miješanju mjernih jedinica za duljinu i površinu. Pogreška miješanja mjernih jedinica za duljinu i površinu bila je najučestalija. Slika 8 prikazuje pogreške uočene prilikom prezentacije uradaka.

Kreativni zadatak, osmišljavanje matematičke priče vezane uz osmišljeni tangram-lik, učenici su radili individualno. Učenici petog razreda često su osmišljavali matematičke priče vezane uz izračunavanje površina, iako to nije bio zadani zadatak ili su dobro matematički osmišljeni i povezani zadatci bili jednostavnije razine.

U manjem broju bilo je zadataka koji nisu bili dobro matematički povezani i osmišljeni ili su imali grešku u računu ili netočne mjerne jedinice za površinu (unatoč cjelokupnom radu).

Primjeri kreativnih¹ zadataka učenika petih razreda su sljedeći:



Slika 8. Pogreške u radu

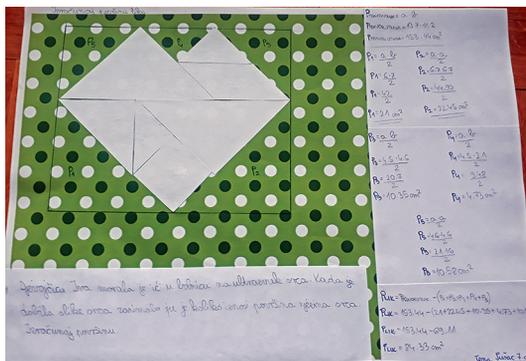
¹ Matematičke priče izabranih učeničkih radova nalaze se na poveznici <https://www.flipsnack.com/Brankicaflipsnack/tangram-matemati-ke-pri-e.html>

1. Dvije su mačke naišle na 4 zdjelice mlijeka. Ako svaka mačka mora dobiti jednak broj zdjelica mlijeka, koliko će zdjelica mlijeka dobiti svaka mačka?



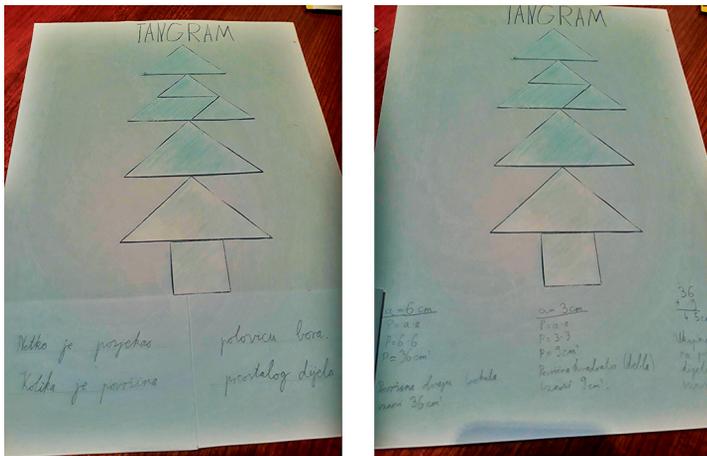
Slika 9.

1. Djevojčica Iva morala je ići u bolnicu na ultrazvuk srca. Kada je dobila slike srca, zanimalo ju je koliko iznosi površina slike njezinog srca. Izračunaj površinu. (Tangram figura: srce.)



Slika 11.

2. Netko je posjekao polovicu bora sa slike. Kolika je površina preostalog dijela bora?



Slika 10. Zadatak i rješenje

* * *

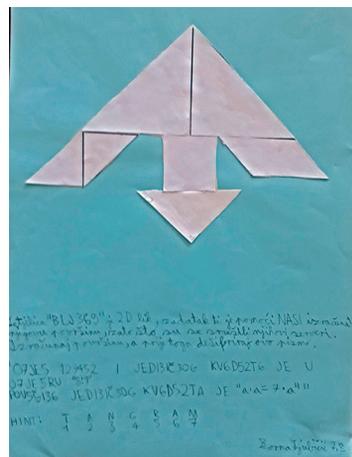
Učenici sedmog razreda, obogaćeni većim formalnim i neformalnim znanjima, ali i prethodnim iskustvom osmišljavanja raznih problema, osmislili su nešto zahtjevnije matematičke zadatke i pitalice, što se moglo i pretpostaviti. U vrlo malom broju, bilo je i matematički netočno oblikovanih zadataka.

Slijede neki od primjera:

2. Letjelica "BLJ369" je 2D lik. Zadatak ti je pomoći NASI izračunati njegovu površinu jer su se srušili njihovi serveri. Izračunaj površinu, a prije toga dešifriraj ovo pismo:

O7JE5 123452 I JEDI3IČ30G
KV6D52T6 JE U O7JE5U 8:1.
POV5ŠI36 JEDI3IČ30G
KV6D52TA JE.

Uputa: T A N G R A M
1 2 3 4 5 6 7



Slika 11.

Zaključak

Iako u prvi tren oduševljeni rezanjem, slaganjem i lijepljenjem raznih tangram-likova, učenici su ubrzo shvatili kako zadatak nimalo nije lak. U skupinama se doista razvijao timski rad i pomaganje oko netočno posloženih likova. U prvom dijelu aktivnosti nisam uočila veću razliku u snalaženju i pravilnom slaganju tanova između učenika petog i sedmog razreda. Učenici sedmog razreda su s većom lakoćom i većom samostalnošću ucrtavali konveksne mnogokute u pravokutnu mrežu, iako je i njima povremeno trebala pomoć. Uočila sam i među učenicima petih, ali i sedmih razreda krivo usvojene koncepte mjerenja površina i odgovarajućih mjernih jedinica.

Uočila sam također kako velik dio problema, prije rješavanja samog matematičkog zadatka, čini nekvalitetna komunikacija, odnosno zanemarivanje uputa, kao i preskakanje čitanja zadataka ili nerazumijevanje pročitano. Refleksijom i analizom učinjenog s učenicima nastojala sam osvijestiti ovaj problem i istaknuti kako njegovim rješavanjem možemo doprinijeti kvalitetnijem i boljem rješavanju matematičkog problema. Analizom kreativnih uradaka učenika, odnosno njihovih osmišljenih matematičkih zadataka, uočila sam kako su učenici sedmog razreda u tom području dominantniji i njihovi su zadatci sadržajno bogatiji. I među učenicima petih, a čak i u

sedmom razredu ima onih koji teško povezuju i smisleno kreiraju, no ovim projektom i vježbom učenici ipak uče povezivati i kreativno misliti.

Na kraju mogu zaključiti kako sam i sama uvidjela dubinu i važnost ovakvog načina rada, ispravljanje krivo usvojenih matematičkih konceptata, ali i važnost poticanja i razvijanja kreativnosti kod učenika. Nastojat ću i dalje primjenjivati slične oblike rada u kojima će učenici rješavati problemske zadatke, stvarati poveznice između matematičkih ideja, komunicirati, logički misliti, argumentirati svoje tvrdnje i donositi zaključke kako bi izgradili matematička znanja koja se od njih zahtijevaju na pojedinoj razini.

LITERATURA

- 1/ N. Baranović, S. Lehman (2016.): *Razvoj geometrijskog mišljenja kroz tangram aktivnosti*. U M. Matelević (ur.), *Zbornik radova VII simpozijuma "Matematika i primjene"*; V(1), 81–92. Beograd: Matematički fakultet sveučilišta u Beogradu. Dostupno na: https://www.academia.edu/35569717/Razvoj_geometrijskog_mišljenja_kroz_tangram_aktivnosti
- 2/ Lj. Jukić (2009.): *Matematičke slagalice*, Osječki matematički list 9(2009), 13–20.
- 3/ K. Khairree (2015.): *Creative Thinking in Mathematics with Tangrams and The Geometer's Sketchpad*. Proceedings of the 20th Asian Technology Conference in Mathematics. Leshan, China.

Poštovane kolegice i kolege,

15. Festival matematike

održat će se **11. svibnja 2020.** u hotelu Delfin Plava Laguna u Poreču.

Festival okuplja veliki broj učenika i mentora osnovnih i srednjih škola Republike Hrvatske, a održava se sad već tradicionalno, u organizaciji Matematičkog društva "Istra".

U okviru Festivala matematike održat će se i ekipno natjecanje **Ekipa za 5+** te smotra učeničkih radova projekata **Matematika+** i **Pula+**. Pozivamo vas i učenike vaše škole na sudjelovanje.

Detaljnije o projektima možete pogledati na stranicama MDI-ja, <http://md-istra.blogspot.com/>.

