

Tko je prvi... uočio da postoje beskonačni skupovi?

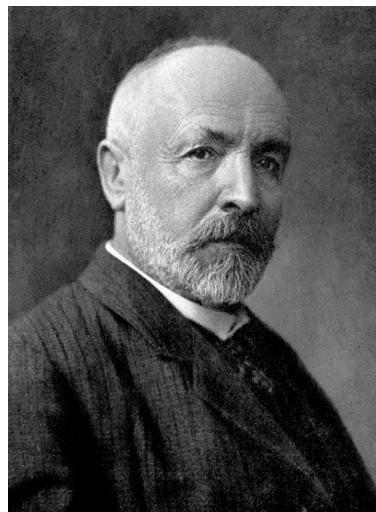
Franka Miriam Brueckler, Zagreb

Jedna od glavnih karakteristika matematike jest mogućnost preciznog baratanja s beskonačnosta, kako neograničeno malom, tako i onom neograničeno velikom. S druge strane, teorija skupova je matematička disciplina koja je krajem 19. stoljeća postala temeljem sve moderne matematike. Iako je skup pojam koji se ne definira (odnosno, definiran je indirektno kroz aksiome), većini ljudi, ne samo matematičarima, skup je intuitivno jasan pojam i zasigurno je u nekoj formi postojao još mnogo godina prije nastanka teorije skupova.

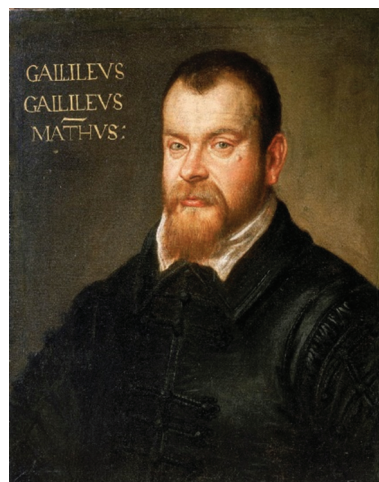
Zapravo, trenutkom nastanka teorije skupova smatra se Cantorov dokaz da nisu svi beskonačni skupovi ekvipotentni – nemaju svaka dva beskonačna skupa jednako mnogo elemenata (1873.). Time se **Georg Cantor** (slika 1) nadovezao na matematičare koji su i prije njega uočili da postoje beskonačni skupovi.

Danas se vjerojatno svakom matematičaru neobičnim čini da je itko mogao sumnjati u postojanje beskonačnih skupova. No, iako razmišljanja o beskonačnosti možemo naći od antičkog doba, posebice kod Aristotela, te u srednjem vijeku kod mnogih teologa, posebice kod Tome Akvinskoga i Thomasa Bradwardinea, radilo se o razmatranjima prirode i mogućnosti beskonačnosti, a ne o razmišljanju o beskonačnim skupovima poput skupa svih prirodnih brojeva ili skupa svih točaka unutar nekog pravokutnika.

Prvi jasan primjer svijesti o karakteristikama beskonačnih skupova susrećemo u renesansi. Svaki naš čitatelj zasigurno je čuo za **Galileja Galileija** (slika 2), ali vjerojatno ga povezuje samo s doprinosima astronomiji i fizici. No, upravo je on primijetio da



Slika 1. Georg Cantor (1845. – 1918.), njemački matematičar, otac teorije skupova. Slika je preuzeta s njemačke Wikipedie, gdje je deklarirana kao *public domain*.



Slika 2. Renesansni talijanski astronom Galileo Galilei (1564. – 1642.). Slika je preuzeta s njemačke Wikipedie, gdje je deklarirana kao *public domain*.

ako nabrojimo prirodne brojeve

1, 2, 3, 4, 5, ...

i istovremeno nabrojimo njihove kvadrate

1, 4, 9, 16, 25, ...

u oba niza imamo jednako mnogo članova, iako bi se na prvu činilo da u drugom nizu imamo manje brojeva. Naime, primijetio je da svakom prirodnom broju odgovara točno po jedan njegov kvadrat i obrnuto. Štoviše, komentirao je i da očigledno za beskonačne veličine vrijede drukčija pravila, nego za konačne. Posebno je tu važno što Galileo kroz ovo razmatranje dva beskonačna niza (skupa) jasno prihvaća egzistenciju beskonačnih skupova.

Svojstvo koje je uočio Galileo danas je jedna od prihvaćenijih definicija beskonačnog skupa: Skup A naziva se beskonačnim ako postoji bijekcija s A na neki njegov pravi podskup (Galileo je uočio bijekciju sa skupa svih prirodnih brojeva na njegov pravi podskup svih kvadratnih brojeva). Ipak, prošlo je još par stoljeća prije nego se stvarno pokazala potreba za ovakvim razmatranjima, a mnogi su matematičari u međuvremenu odbijali mogućnost beskonačnih skupova, štoviše, mislili su da su paradoksa dokazali njihovu nemogućnost.

Stoga je najbolji odgovor na pitanje iz naslova ipak sljedeći: prvi koji je jasno razmatrao beskonačne skupove, štoviše, prvi koji je koristio pojam skupa, bio je **Bernard Bolzano** (slika 3). U svojim *Paradoxien des Unendlichen* (*Paradoksi beskonačnosti*, objavljeno posthumno 1851.) kao definiciju beskonačnog skupa uzima gore navedenu i temeljem iste dokazuje neka svojstva beskonačnih skupova i razrješava neke od prijašnjih paradoksa.



Slika 3. Bernard Bolzano (1781. – 1848.), češki svećenik, filozof i matematičar. Slika je preuzeta s njemačke Wikipedie, gdje je deklarirana kao *public domain*.

LITERATURA

- 1/ F. M. Brückler (2018.): *Geschichte der Mathematik kompakt: Das Wichtigste aus Analysis, Wahrscheinlichkeitstheorie, angewandter Mathematik, Topologie und Mengenlehre*, Springer Spektrum.
- 2/ J. J. O'Connor, E. F. Robertson (2020.): MacTutor History of Mathematics Archive. <http://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Infinity.html>, pristupljeno 18. 5. 2020.
- 3/ E. Kasner, J. Newman (1940.): *Mathematics and the Imagination*, Dover Publ., Mineola, New York.