

Kad počinje priprema učenika za ispit državne mature iz matematike?

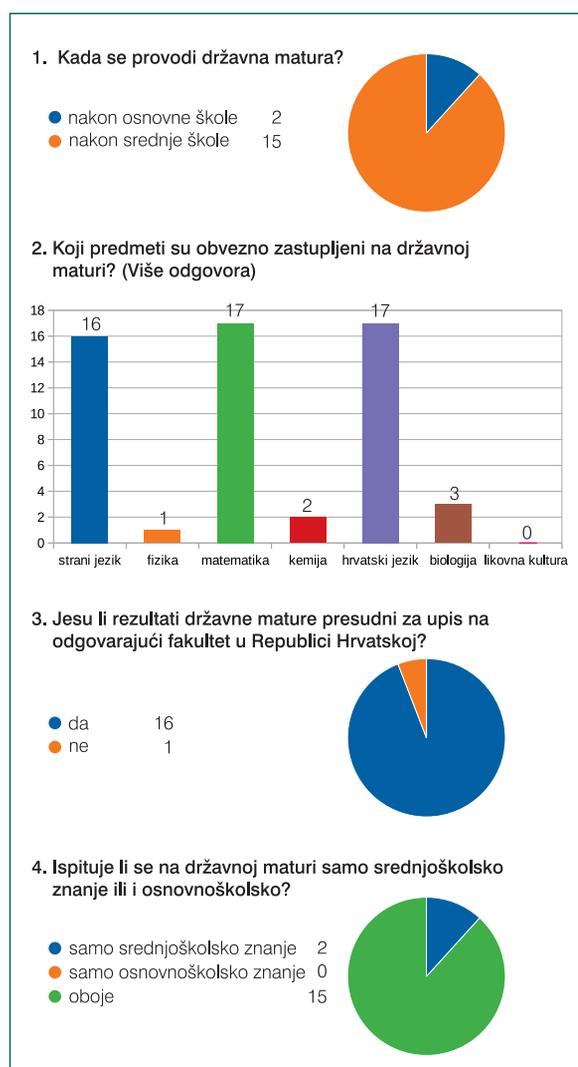
Mirjana Javor, Vinkovci

Kad sam, prije nekoliko godina, proučavala zadatke ispita državne mature iz matematike, osnovne razine, moj dojam je bio kako već učenik 7. ili 8. razreda može točno riješiti dovoljan broj zadataka kako bi zaslužio ocjenu dovoljan ili dobar. Tako se rodila ideja zbog koje sam se odlučila to i provjeriti na učenicima 8. razreda kojima sam predavala matematiku tijekom svih viših razreda osnovne škole.

Odabrala sam ispit osnovne razine iz matematike na ljetnom roku državne mature 2019. Ispit se pisao tri školska sata, 135 minuta, u lipnju, nakon što je obrađeno i kratko ponovljeno svo osnovnoškolsko gradivo.

Učenici su ispunili inicijalnu anketu prije pisanja ispita i završnu, poslije pisanja ispita. U uvodnoj anketi učenici su pokazali kako imaju osnovna znanja o terminu održavanja državne mature, predmetima koji su obvezni za polaganje te svrsi njenog provođenja (slika 1).

Prije analize rezultata važno je napomenuti kako su učenici pristupili ovom ispitu bez prethodne pripreme i prilično opušteno, a pretpostavljam kako je najvažniji razlog tome jer su ga rješavali znajući kako iza njega ne slijedi sumativno vrednovanje, odnosno ocjena.



Slika 1. Inicijalna anketa

Osim toga, analizirala sam rezultate samo učenika s vrlo dobrom ili odličnom razinom znanja iz matematike. Prvotno sam htjela provesti ispit samo s njima, ali sam ipak pružila mogućnost svima upoznati se s procedurom pisanja takvog ispita i kompetencijama koje su potrebne kako bi se riješio sa zadovoljavajućim rezultatom, nadajući se kako će time osvijestiti i ostale učenike o važnosti kontinuiranog učenja matematike te ih motivirati za razvijanje matematičkih kompetencija.

Iako sam im najavila kako će biti i dio zadataka koje neće moći riješiti jer im je za njihovo rješavanje potrebno gradivo matematike iz srednje škole, nisam konkretno navela koji su to zadatci.

Zadatci

U nastavku vidimo zadatke, moju procjenu primjerenosti zadataka na kraju 8. razreda s obzirom na propisana obrazovna postignuća i postotak riješenosti navedenog zadatka.

1. Koji od navedenih brojeva *nije* ispravno zaokruženi broj 4.5726?

- A. 5 B. 4.6 C. 4.58 D. 4.573

Rješenje: C

Primjeren 8. razreda

Postotak riješenosti: 80 %.

2. Koji od navedenih intervala sadrži točno tri cijela broja?

- A. [3, 6] B. <4, 7] C. [5, 9) D. <6, 9]

Rješenje: B

Nije primjeren 8. razreda

Postotak riješenosti: 0 %.

3. Zadani su brojevi $K = 3^{-2}$, $L = -3^{-2}$, $M = -3^2$, $N = (-3)^2$. Što je od navedenog točno?

- A. $K = L$ B. $K < M$ C. $L > N$ D. $M \neq N$

Rješenje: D

Primjeren 8. razreda

Postotak riješenosti: 50 %.

4. Koja od navedenih tvrdnji vrijedi za rješenje jednadžbe

$$\frac{2}{3}(x - 1) = \frac{x - 3}{2} - 1?$$

- A. $x \leq -10$ B. $-10 < x \leq -5$
C. $-5 < x \leq 10$ D. $x > 10$

Rješenje: A

Primjeren 8. razreda

Postotak riješenosti: 50 %.

5. Koja je od navedenih točaka od točke $T(-12, 8)$ udaljena za 5?

- A. (-17, 8) B. (5, 8)
C. (-12, 5) D. (-12, -17)

Rješenje: A

Primjeren 8. razreda

Postotak riješenosti: 50 %.

6. Ako je $QvB = m \cdot \frac{v^2}{R}$, čemu je jednako R ?

- A. $R = \frac{v}{mQB}$ B. $R = \frac{mv}{QB}$
C. $R = m \frac{QB}{v}$ D. $R = \frac{QB}{mv}$

Rješenje: B

Primjeren 8. razreda

Postotak riješenosti: 70 %.

7. Koliki je volumen (obujam) kvadra čiji su bridovi duljina 5 m, 2 dm i 4 mm?

- A. 0.004 cm³ B. 0.4 cm³
C. 400 cm³ D. 4000 cm³

Rješenje: D

Primjeren 8. razreda

Postotak riješenosti: 80 %.

8. Koliko bridova ima trostrana piramida?

- A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

Rješenje: B

Primjeren 8. razreda

Postotak riješenosti: 60 %.

9. Dvije kružnice diraju se iznutra tako da manja kružnica prolazi središtem veće kružnice. Ako je opseg kruga omeđenog većom kružnicom 100π cm, koliki je opseg kruga omeđenoga manjom kružnicom?

- A. 20π cm B. 25π cm
C. 50π cm D. 75π cm

Rješenje: C

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 40 %.

10. Masa vozila bez tereta je 3000 kilograma. Nakon utovara teret čini 60 % ukupne mase. Koliko posto ukupne mase čini teret nakon što je istovarena trećina tereta?

A. 20 % B. 45 % C. 50 % D. 75 %

Rješenje: C

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 10 %.

11. Elektroinstalater Marko naplaćuje dolazak u zgradu 350 kuna, a montiranje svakog rasvjetnog tijela po 47 kuna. Elektroinstalater Ivan naplaćuje dolazak u zgradu 210 kuna, a montiranje svakog rasvjetnog tijela po 52 kune. Za koliko će rasvjetnih tijela cijene usluge obaju majstora biti jednake?

A. za 5 B. za 28 C. za 112 D. za 140

Rješenje: B

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 20 %.

12. Koje koordinate ima nul-točka funkcije

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 4?$$

A. $(-6, 0)$ B. $(0, -6)$
C. $(0, 4)$ D. $(4, 0)$

Rješenje: A

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 30 %.

13. Graf kvadratne funkcije f prolazi točkama $(-1, 8)$, $(0, 2)$, $(2, 2)$. Koliko je $f(3)$?

A. -2 B. 1 C. 2 D. 8

Rješenje: D

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 20 %.

14. U drvoredu je 238 stabala. Između prvog i drugog stabla posađena su 2 grma, između drugog i trećeg stabla posađen je 1 grm i dalje su naizmjenično redom posađena po 2 grma ili 1 grm. Koliko je ukupno grmova posađeno između prvog i zadnjeg stabla?

A. 316 B. 317 C. 356 D. 357

Rješenje: C

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 20 %.

15. Pod pravokutnog oblika dimenzija 6.4 m × 9.1 m popločen je kvadratnim pločama dimenzija 34 cm × 34 cm. Ploče su lijepijene jedna do druge bez razmaka. Od svake ploče koju je trebalo rezati zalijepljen je samo jedan odrezani dio, a ostatak nije korišten. Koliko je komada ploča potrošeno za popločivanje?

A. 473 B. 494 C. 504 D. 513

Rješenje: D

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 10 %.

16. U nekom skupu brojeva 25 % ih je negativnih ili jednakih 0, a 65 % manjih ili jednakih 10. Čemu je u tome skupu jednak omjer broja pozitivnih brojeva manjih ili jednakih 10 i broja onih brojeva većih od 10?

A. 5 : 7 B. 5 : 13
C. 8 : 7 D. 13 : 7

Rješenje: C

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

17. Izračunajte $\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{10})^2 + 5}$ i zapišite rezultat u decimalnome obliku.

Rješenje: 2.654345277...

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 20 %.

18. Riješite sustav jednačbi

$$x + 2y = 3x - 1$$

$$4x - 5y = 6 - 2y.$$

Rješenje: $x = 4.5$, $y = 4$

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 50 %.

19.1. U tablici su prikazane mjesečne neto plaće jednog djelatnika za prvih šest mjeseci 2013. godine. Kolika je njegova prosječna neto plaća za prva

tri mjeseca te godine?

mjesec	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
neto plaća (kn)	7787	7911	8620	7712	7832	8253

Rješenje: 8106

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 20 %.

19.2. Mirta je u prosincu 2015. godine kupila 10 bitcoina. Vrijednost jednog bitcoina tada je bila 455.61 USD. Nakon dvije godine vrijednost bitcoina povećala se 38.5 puta i tad je Mirta prodala svojih 10 bitcoina. Koliko je dolara Mirta pritom zaradila?

Rješenje: 170 853.75

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 20 %.

20.1. Čemu je jednak izraz $a(a+4) - 3(2a-5)$ nakon provođenja naznačenih operacija i sređivanja?

Rješenje: $a^2 - 2a + 15$

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 40 %.

20.2. Koji je rezultat do kraja sređenog izraza

$$\frac{x-3}{2x+4} \cdot \frac{x+2}{x^2-9} + 2?$$

Rješenje: $\frac{4x+13}{2(x+3)}$

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

21.1. Koliko je $|a-b| + |0.25-b|$ za $a = -3$ i $b = \frac{1}{2}$?

Rješenje: $\frac{15}{4}$

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 30 %.

21.2. Ako je $15 \leq m \leq 20$ i $2 \leq p \leq 4$, kolika je najveća moguća vrijednost izraza $m-p$?

Rješenje: 18

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 20 %.

22.1. Riješite jednadžbu $2kx + 5 = k - 4x$ u kojoj je k realan broj, $k \neq 2$.

Rješenje: $\frac{k-5}{2k+4}$

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

22.2. Riješite nejednadžbu

$$(2x-5)(5x+2) > 3x^2 - x(5-7x).$$

Rješenje: $x < -\frac{5}{8}$

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

23.1. Za koje realne brojeve t vrijedi jednakost $t(2t+9) = 5$?

Rješenje: $-5, \frac{1}{2}$

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

23.2. Riješite jednadžbu $0.01^{3x-6} - 1 = 0$.

Rješenje: 2

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

24.1. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{2}{7}x - \frac{3}{7}$. Za koji je x vrijednost funkcije $f(x)$ za 2 veća od $f(12)$?

Rješenje: 19

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

24.2. U jednome uredu sakuplja se papir za recikliranje. U razdoblju od n tjedana sakupljeno je ukupno $P(n)$ kilograma papira gdje se $P(n)$ može izraziti formulom $P(n) = 2.63n$. Koliko je ukupno papira sakupljeno u tome uredu tijekom petog i šestog tjedna?

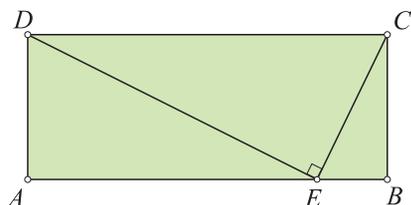
Rješenje: 5.26

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

25.1. Na skici je prikazan pravokutnik $ABCD$ dužina stranica $|AB| = 7$ cm i $|BC| = 3$ cm. Na

stranici \overline{AB} bliže točki B nalazi se točka E tako da je $\sphericalangle CED = 90^\circ$. Kolika je duljina dužine \overline{AE} ?

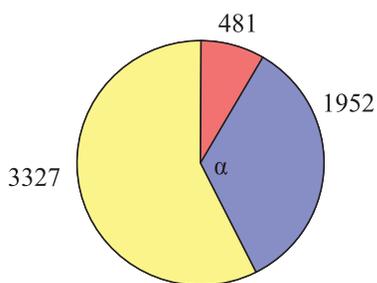


Rješenje: $|AE| = 5.3$ cm

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %

25.2. Kružnim dijagramom prikazan je broj posjetitelja triju koncerata. Kolika je mjera kuta α na tome dijagramu?

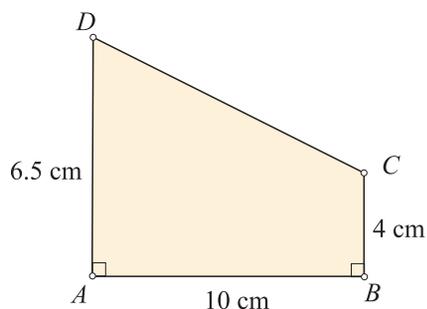


Rješenje: 122°

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %

26.1. Zadan je četverokut $ABCD$ prikazan na slici.



Kolika je površina četverokuta $ABCD$?

Rješenje: 52.5

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 20 %

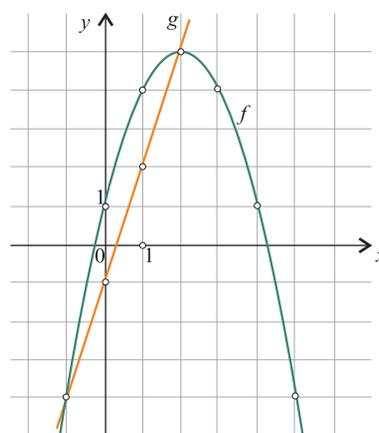
26.2. Stožac i valjak imaju baze jednakih polumjera. Koliko je puta visina stošca veća od visine valjka ako su im volumeni jednaki?

Rješenje: 3

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 10 %

27. Na slici su prikazani grafovi funkcija $y = f(x)$ i $y = g(x)$ i istaknute su njihove točke s cjelobrojnim koordinatama.



27.1. Napišite koordinate tjemena grafa kvadratne funkcije f .

Rješenje: $(2, 5)$

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %

27.2. Napišite koeficijent smjera grafa linearne funkcije g .

Rješenje: 3

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %

27.3. Za koje vrijednosti od x vrijedi $f(x) = g(x)$?

Rješenje: $-1, 2$

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %

28. Količina goriva u spremniku automobila mijenja se linearno ovisno o broju prijeđenih kilometara. U tablici su navedeni podaci o količini goriva tijekom

jednog putovanja.

prijeđeni put u kilometrima (km)	0	225	480
količina goriva u spremniku u litrama (L)	41.2	26.8	10.48

28.1. Ako je na početku tog putovanja spremnik goriva bio 80 % napunjen, koliki je ukupni kapacitet spremnika?

Rješenje: 51.5

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 10 %.

28.2. Koliko je goriva potrošio taj automobil za prijeđeni 100 km na tome putovanju?

Rješenje: 6.4

Primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 10 %.

28.3. Zapišite $G(s)$ kao funkciju od s gdje je s prijeđeni put u kilometrima, a $G(s)$ količina goriva u spremniku tijekom tog putovanja.

Rješenje: $G(s) = 41.2 - 0.064s$

Nije primjeren 8. razredu

Postotak riješenosti: 0 %.

Analiza rezultata

1. zadatak, u kojem je bilo potrebno zaokružiti broj je točno riješilo 80 % ispitanih učenika, a 2. nitko, očito im je nedostajala informacija o pojmu "interval". Iako je njihovo predznanje omogućavalo da i 3. zadatak riješe točno, slične zadatke su rješavali na samom početku te godine, samo 50 % njih je pažljivo rješavalo i dobilo točan odgovor.

Slično je i sa 4. i 5. zadatkom, rješavanje jednadžbi su ponovili u 8. razredu, a koordinatni sustav u ravnini obradili u 7. razredu. Imali su kompetencije riješiti ih, pokušali su, ali 50 % njih nije pažljivo pristupilo zadacima, stoga nisu dobili točne odgovore. Šesti zadatak, u kojem je trebalo transformirati zadanu formulu, riješilo je 70 % njih, iako su ga pokušali riješiti svi.

Primjer "umalo" točno riješenog zadatka zbog pogreške u množenju nalazi se na slici 2.

$$\frac{2}{3}(x-1) = \frac{x-3}{2} - 1$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} = \frac{x-3-2}{2}$$

$$\frac{2x-2}{3} = \frac{x-5}{2} \quad | \cdot 6$$

$$2(2x-2) = 3(x-5)$$

$$C) -5 < x \leq 10$$

Slika 2.

Kako su 7. i 8. zadatak, u to vrijeme, upravo obrađeno gradivo *geometrijska tijela*, ne čudi kako je riješenost 7. zadatka 80 %, a 8. 60 %.

9. i 10. zadatak su svakako zahtjevniji zadatci, gradiva obrađenog u 7. razredu, tako da je očekivan i rezultat: 9. zadatak (kružnica) je riješen 40 % (5 učenika nije niti pokušalo riješiti ga), a 10. (postotci) je riješila samo učenica koja je cijelu osnovnu školu pohađala dodatnu nastavu i sudjelovala na svim županijskim natjecanjima, uvijek među prvih 5 najboljih rezultata (slika 3).

$$3000 \text{ kg} = 40\% \text{ ukupne mase}$$

$$100\% = 7500 \text{ kg}$$

$$\text{teret} \rightarrow 60\% = 4500 \text{ kg}$$

$$\frac{1}{3} \text{ tereta} = 1500 \text{ kg}$$

$$\text{što čini } 50\% \text{ ukupne mase.}$$

$$C) 50\%$$

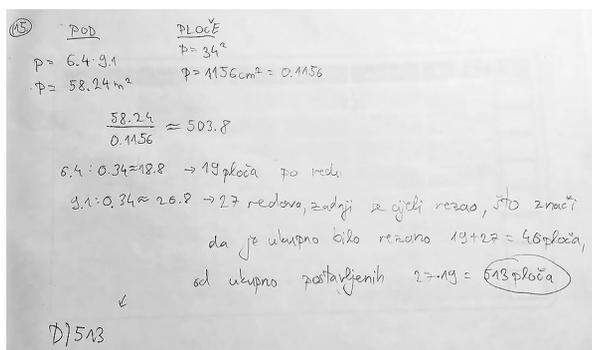
Slika 3. Primjer rješavanja 10. zadatka (vrlo "eleganтно")

Iako sam se nadala većem broju točnih rješenja u 11. i 12. zadatku, samo 20 %, odnosno 30 % je bila riješenost tih zadataka, s tim da je 12. zadatak (nul-točke, gradivo 7. razreda) pokušalo riješiti 70 % učenika, a 11. (problemski zadatak) samo 40 %.

Nisam očekivala da će riješiti 13. zadatak jer učenici nisu obradili potrebno gradivo za taj zadatak, kako se i dogodilo.

Slijedi zgodan problemski 14. zadatak koji je pokušalo riješiti samo 40 % učenika, a polovica njih

je čak došla do točnog rješenja. Trebalo mu je pristupiti s više koncentracije i sistematičnosti, skicirati ga, a moji učenici očito nisu imali strpljivosti za to. Sljedeći, 15. zadatak, također problemski, rješavalo je samo **20 %** učenika, točno rješenje je dobila jedna učenica, a 16. zadatak nije nitko točno riješio (postotci) iako ih je **30 %** pokušalo riješiti. U tom zadatku bio je potreban pažljiv i strpljiv pristup zbog igre riječi, koji ga dodatno otežava.



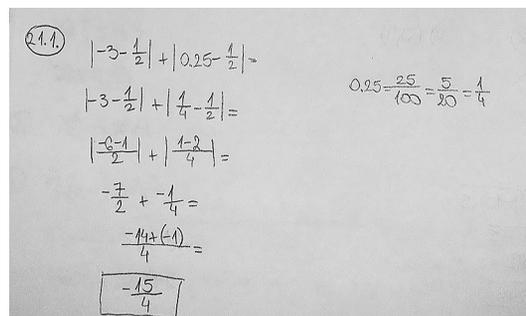
Slika 4. Jedan primjer načina rješavanja 15. zadatka

Moje najveće razočaranje u ovom testiranju je upravo bilo na samom početku skupine *Zadataka kratkog odgovora* jer sam očekivala kako će svi učenici riješiti 17. zadatak (kvadriranje, korjenovanje, rad s kalkulatorom) točno, a riješenost je bila **20 %**. Zaključila sam kako su "na prvi pogled" 17. zadatak prepoznali kao neki za koji je potrebno srednjoškolsko znanje. S 18. zadatkom (sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznicama) su se moji učenici bolje nosili, pa je riješenost bila **50 %**, iako ih je pokušalo riješiti **70 %**.

Iako bih očekivala obrnuto, samo **20 %** mojih učenika je 19. zadatak, jednostavan zadatak s aritmetičkom sredinom, riješilo točno, a 20.1. njih **40 %**. Drugi dio 20. zadatka, pojednostavljuvanje algebarskih razlomaka, nitko nije riješio točno, a pokušala je samo jedna učenica.

21. zadatak je posljednji u nizu zadataka s iole "pristojnom" riješenošću. 21.1., rad s apsolutnom vrijednošću brojeva, točno je riješilo **30 %**, a 21.2., gdje je trebalo malo pažnje u analizi nejednakosti brojeva, **20 %** učenika.

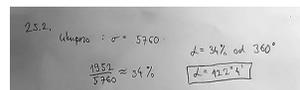
Primjer pogreške koja je jednu učenicu dijelila od točnog rezultata pogledajte na slici 5.



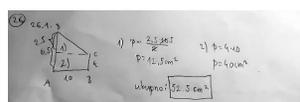
Slika 5.

Nakon toga većina učenika gubi nadu, volju ili interes, pa odustaju uopće od rješavanja. U tehničkim znanostima to bi se moglo objasniti "zamorom materijala", a u pedagogiji padom koncentracije.

Dvije učenice još rješavaju većinu preostalih zadataka. Primjeri nekih njihovih rješenja su na slikama 6, 7 i 8.



Slika 6.

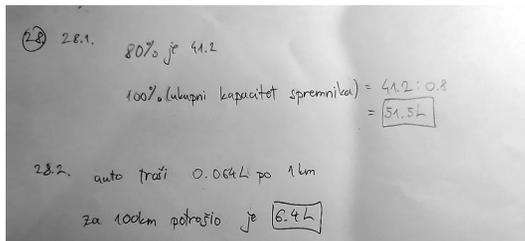


Slika 7.

Zadatak 25.2. učenici nije potpuno točan zbog zaokruživanja, stoga ga nisam prihvatila kao točnog, ali ga je, osim toga, točno riješila.

Obje učenice uspijevaju točno riješiti 26.1. (površina trapeza), jedna od njih i 26.2. (volumen valjka i stošca), a druga 28.1. i 28.2. (linearna funkcija).

U 26.1. učenica se nije mogla sjetiti formule za površinu trapeza, pa se "snašla" s površinom trokuta i pravokutnika (slika 8).



Slika 8. Primjer rješavanja zadatka 28.1. i 28.2.

Ovdje moram napomenuti kako sam uzimala u obzir kao točna samo rješenja zadataka za koji su mi učenici pokazali postupak rješavanja.

Na kraju sam provela i završnu anketu, (slika 9) s nadom kako sam barem dio učenika osvijestila o važnosti kontinuiteta u učenju matematike.

U sljedećoj tablici su kriteriji vrednovanja zadataka na državnoj maturi iz matematike u ljetnom roku 2019.

ocjena	postotak riješenosti (%)	intervali bodova
nedovoljan (1)	0 – 24.99	0 – 9.99
dovoljan (2)	25 – 46.99	10 – 18.79
dobar (3)	47 – 66.99	18 – 26.79
vrlo dobar (4)	47 – 84.99	26.8 – 33.99
odličan	85 – 100	34 – 40

Zaključak

Nakon ovog sam eksperimenta zaključila kako uistinu dio učenika već nakon osnovne škole jest u stanju riješiti osnovnu razinu s prolaznom ocjenom. Završna anketa pokazuje kako učenici realno ocjenjuju zahtjevnost ispita, ali i svjesni su kako su već dio kompetencija za njegovo rješavanje mogli steći u osnovnoj školi. Najbolji rezultat u razredu koji je sudjelovao u ovom eksperimentu je 17/40, što bi prema kriterijima državne mature rezultiralo ocjenom dovoljan (vrlo blizu ocjene dobar), ali kad bismo uzeli u obzir još nekoliko greškica u računu



Slika 9. Završna anketa

i prethodnu nepripremljenost, rezultat bi bio i bolji. Prema mojim očekivanjima, najbolji rezultat koji su mogli postići bio bi 29/40, odnosno ocjena na maturi vrlo dobar. Osim obrazovnog momenta provedbe ovog ispita važan je i onaj odgojni, koji je učenicima poručio kako se "isplati" učiti redovito, na vrijeme i temeljito.

LITERATURA

- 1/ Državna matura iz matematike, osnovna razina, ljetni rok 2019. https://carnet-my.sharepoint.com/:b:/g/personal/mirjana_javor_skole_hr/EaM81KstbnJLjTeHB5GPmzMBVLGURvGsWqth4D3RwCM8yg?e=387Bod