

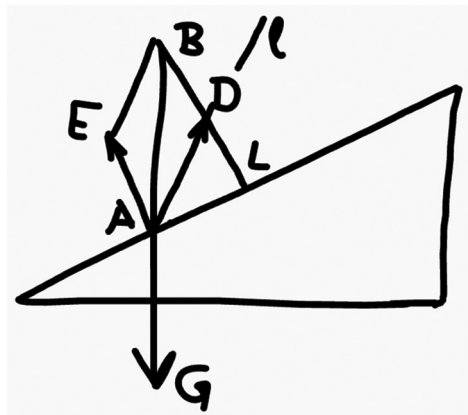
Tko je prvi... uvedo vektore?

Franka Miriam Brueckler, Zagreb

Veliki se dio matematike može primijeniti u fizici, a i puno matematike je otkriveno kako bi se riješili neki fizikalni problemi. Jedan od poznatijih školskih matematičkih pojmova, koji i svoje korijene i svoju primjenu nalazi u fizici, jest vektor. Ovdje pod vektorom podrazumijevamo geometrijski, euklidski vektor, koji prikazujemo orijentiranom dužinom, a opisujemo iznosom, smjerom i orijentacijom. Prve pojave vektora vezane su za ono što nazivamo paralelogramom sila (ili brzina), tj. možemo ih iščitati iz pokušaja davnih fizičara i matematičara da opišu rezultantu dviju usmjerenih fizikalnih veličina. Takvi primjeri koji još eksplicitno ne sadrže geometrijske vektore, mogu se naći već kod antičkih grčkih matematičara, primjerice Arhimeda (3. st. pr. n. e.) i Herona (vj. 1. st. n. e.).

Prva prava pojava paralelograma sila bilježi se u doba renesanse, posebice kod Leonarda da Vincija (15./16. st.) te sasvim jasno kod flamanskog matematičara, fizičara i inženjera **Simona Stevina** (1548. – 1620.). On je princip određivanja rezultante sila detaljno opisao u svom djelu *De Beghinselen der Weeghconst* (1586.), a već sam pogled na njegove dijagrame iz tog djela (slika 1) objašnjava zašto se upravo Stevinu pripisuje prva eksplicitna uporaba geometrijskih vektora. Ipak, on ih nije apstraktizirao niti uveo algebru s njima, čak niti jasno definirao odgovarajući pojam.

Eksplicitno se vektori pojavljuju tek u 19. stoljeću. Razloga tome je mnogo, a navodimo samo glavne. Prvo, do početka 19. stoljeća matematika je postala dovoljno apstraktna za prihvaćanje ideje računa s veličinama koje nisu brojevi. Drugo, na prijelazu 18. u 19. stoljeće uvedena je geometrijska interpretacija kompleksnih brojeva (C. Wessel, C.



Slika 1. Prikaz jednog od Stevinovih dijagrama s paralelogramom sila

F. Gauß, J.-R. Argand), u kojoj – kao što dobro znamo – zbrajanju i oduzimanju kompleksnih brojeva odgovara zbrajanje i oduzimanje onog što danas nazivamo njihovim radijus-vektorima. Naposljetku, geometrija je s jedne strane dotad imala elemente algebre, zahvaljujući uvođenju analitičke geometrije u 17. st. (R. Descartes, P. de Fermat), a s druge je upravo početkom 19. stoljeća puno geometričara radilo na njenom 'čišćenju' od koordinatnih metoda. Tako se, tipično matematički kumulativno, uslijed i na temelju mnogih prijašnjih razvoja i otkrića, pojavljuje ideja algebre s geometrijskim objektima.

Prvi koji je uveo neke algebarske operacije s geometrijskim objektima bio je 1804. češki matematičar **Bernhard Bolzano** (1781. – 1848.) u svom djelu *Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie*. No, kod njega još ne nalazimo orijentirane dužine. Orijentirane dužine i račun s njima – geometrijski vektori kao matematički objekti – u konačnici imaju dva 'tate': Nijemca Möbiusa i Talijana Bellavitisu.



Slika 2. A. F. Möbius (slika preuzeta s Wikipedije, deklarirana kao *public domain*)

August Ferdinand Möbius (1790. – 1868.) poznatiji je po svojim rezultatima u topologiji (sjetite se Möbiusove trake!), a 1827. je objavio djelo u kojem, među ostalim, sasvim eksplicitno razmatra usmjerene veličine. Pet godina kasnije, neovisno o njemu, **Giusto Bellavitis** (1803. – 1880.), također je objavio geometrijsko djelo u kojem razmatra veličine tipa geometrijskih vektora i eksplicitno razlikuje usmjerene dužine AB i BA (simbolika još nije bila kao danas). Dvije takve orijentirane dužine zvao je ekvipolentnima ako su iste duljine i orijentacije te paralelne, tj. ako – u današnjoj terminologiji – pred-



Slika 3. G. Bellavitis (slika preuzeta s Wikipedije, gdje je deklarirana kao *public domain*)

stavljaju isti vektor. Definirao je i zbrajanje takvih dužina. Još pet godina kasnije je pak Möbius objavio knjigu u kojoj jasno opisuju razlaganje vektora s obzirom na dvije osi te možemo reći da su tako u razdoblju 1827. – 1837. Möbius i Bellavitis uveli geometrijske vektore.

Do kraja 19. stoljeća još će mnogi matematičari precizirati ove ideje, ali ih i apstrahirati do ideje modernih vektorskih (linearnih) prostora. Među njima ističemo da je 1888. talijanski matematičar Giuseppe Peano dao prvu aksiomatsku definiciju vektorskih prostora (on ih zove linearnim sustavima), koja je gotovo identična suvremenoj, a na prijelazu 19. u 20. stoljeće američki fizičar, kemičar i matematičar Josiah Willard Gibbs dao je moderan oblik klasičnoj algebri (geometrijskih) vektora.

Na kraju recimo i tko je autor naziva **vektor**. Irski matematičar i fizičar, u matematici najpoznatiji po generalizaciji kompleksnih brojeva poznatiji pod nazivom kvaternioni (oni su prvi važan primjer onoga što danas nazivamo četverodimenzionalnim vektorskim prostorom) **William Rowan Hamilton** (1805. – 1865.) u svom djelu *On quaternions* (1844.) prvi koristi nazive vektor i skalar. Pod vektorom misli na geometrijski vektor u uobičajenom trodimenzionalnom prostoru (razložen na svoje tri koordinate) te su za njega kvaternioni zbrojevi jednog skalara (broja) i jednog vektora.

LITERATURA

- 1/ D. Cappechi (2012.): Historical roots of the rule of composition of forces, *Meccanica* 47(8), DOI:10.1007/s11012-012-9561-2.
- 2/ M. J. Crowe (2011.): *A History of Vector Analysis: The Evolution of the Idea of a Vectorial System*, Dover Publ., New York.
- 3/ A. P. Knott (1978.): The History of Vectors and Matrices, *Mathematics in ScSch*, Vol. 7, No. 5, 32–34.
- 4/ MacTutor History of Mathematics Archives, https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Abstract_linear_spaces/, posjećeno 19. svibnja 2021.
- 5/ G. J. Pawlikowski (1967.): The Men Responsible for the Development of Vectors, *The Mathematics Teacher* 60(4), 393–396.