



Matematička natjecanja

Matematička natjecanja



Neven Elezović, Zagreb

**Nova knjižica u biblioteci Elementarna matematika:
Matematička natjecanja i rad s darovitim učenicima
(EM 28), Element, 2005.**

1.4. Tretman darovitih učenika u školskom sustavu

Iskustvo pokazuje da je zanemarivanje darovitih učenika češća pojava nego pretjerano bavljenje njima. Za to zanemarivanje postoji više mogućih uzroka. Neki od tih uzroka su pak potpuno iracionalni, spadaju u kategoriju uvriježenih pogrešnih vjerovanja. O tome je svjedočilo više autora. Ovdje ćemo izdvojiti neka mišljenja.

- **Daroviti učenici toliko su pametni da se mogu sami brinuti o sebi.**

Kad učenici ne dobivaju naobrazbu koja je adekvatna njihovim sposobnostima, gube motivaciju, a ponekad i sam interes za učenje i školu. Istraživanja na području intelekta pokazuju da se on neće do kraja razviti ukoliko nije u potpunosti potaknut. Daroviti učenici zahtijevaju program koji je dublji, širi i brži od onog koji je predviđen za ostale učenike (Clark, 1977).

- **Daroviti učenici izvrsni su u svim predmetima.**

Iako postoje učenici s visokim dostignućima u svim područjima, većina ostalih pokazuje iznimne sposobnosti samo u jednom području — daroviti učenici mogu muku mučiti s nekim predmetima. Neki od darovitih učenika mogu čak imati i poteškoća s učenjem (Winner, 1996).

- **Nadareni su učenici sličnog ponašanja.**

Baš kao i svaka druga skupina, talentirani učenici imaju različite interese, područja u kojima su jaki, različite nivoje sposobnosti i različite temperamente. Ne postoji jednoznačan opis talentiranosti, niti se svi daroviti učenici mogu tretirati na istovjetan način. Omogućavanje različitog podučavanja je nužnost, pa čak i u specijaliziranim školama (Parke, 1989).

- **Svi su učenici talentirani u nečemu.**

Ovo je samo dobra želja. Sva djeca mogu učiti i svako od njih ima neko područje svog interesa. Međutim, činjenica je da neki učenici uče brže od drugih i sposobni su naučiti više nego njihovi drugovi. Talentirani učenici trebaju drukčije sadržaje i poduku da bi zadovoljili svoje potrebe (Winner, 1996).

* * *



Dana T. Johnson (2000.) u svom eseju navodi:

“Učenici daroviti za matematiku imaju potrebu za nastavom drukčjom od ostalih učenika. Oni zahtijevaju diferencirano podučavanje, definirano kao “stalna uporaba različitih pristupa u promjeni sadržaja, procesa ili samog gradiva” kao odgovor na sposobnost učenja i interes učenika različitih sposobnosti.

Zbog čega bismo morali činiti nešto drukčije za učenike darovite za matematiku? Daroviti učenici razlikuju se od drugih učenika u trima bitnim osobinama koje su naročito važne za matematiku.

- **Brzina kojom uče.** Kako se matematički sadržaji prirodno nadovezuju, brzina postaje bitno obilježje.
- **Dubina njihovog razumijevanja.** Razlika u dubini razumijevanja i nivou apstrakcije moguća je u većini matematičkog gradiva, tako da razlikovanje prema novom obilježju postaje bitno.
- **Njihovo zanimanje za predmet.** Ukoliko to zanimanje nije na vrijeme uočeno, talent možda nikad neće biti razvijen.”

Uloga nastavnika

Pred školski sistem u svim zemljama svijeta postavljaju se dva međusobno teško pomirljiva cilja:

- uključiti u obrazovanje što širu populaciju i pružiti svakom pojedincu priliku da se školuje što je dulje moguće, jer o obrazovanju ukupne populacije ovisi ukupan prosperitet svake zemlje;
- posvetiti izuzetnu pažnju posebno darovitim učenicima, jer su oni nositelji razvoja svake zemlje.

Daroviti su učenici rijetke biljke iznikle na slučajan način i na nepoznatom mjestu. Zadatak je školskog sustava da ih otkrije i njeguje, ne dozvoljavajući da budu posjećene ili zagušene korovom. S druge strane, zbog njihovog njegovanja ne smije trpiti sav ostali nasad.

Uloga nastavnika u tome je od presudne važnosti. Na njemu je najveća odgovornost u prepoznavanju darovitosti, njezinom pravilnom usmjeravanju i skladnom razvijanju. Treba voditi računa o mogućim poteškoćama koje će nastavnik pritom imati.

1. Nastavnicima je potrebna obuka i podrška u prepoznavanju potreba i u radu s darovitim učenicima. Potrebe darovitih veće su od potreba prosječnih učenika, rad s njima naporniji. Iluzorno je ičekivati da će prosječni nastavnik moći, bez dodatne pomoći i obrazovanja, na pravi način usmjeravati darovitog učenika.
2. Nastavnici koji podučavaju darovite učenike moraju imati dobro poznavanje matematičkih sadržaja. Ukoliko škola ima mali broj učenika s istaknutim potrebama i nema odgovarajućeg nastavnika, tad je nužno pronaći mentora izvan škole koji će se brinuti o njima.
3. Potrebno je dugoročno koordinirati rad s nadarenim tako da se rad s njima ne bi ponavljao ili prekidao u sljedećim godinama.
4. Škola mora imati podršku koja uključuje potrebne knjige, računalnu podršku i ljudske resurse. (.....)

3.1. Uloga matematičkih natjecanja

Za uspjeh na natjecanjima iz matematike nesumnjivo je potreban velik broj prije navedenih karakteristika kao osobina darovitih učenika. Stoga se matematička natjecanja često (pogrešno) koriste kao najvažniji kriterij za određivanje nečije darovitosti i sposobljenosti za vrhunske rezultate.

Treba odmah naglasiti da se na natjecanjima može testirati samo mali aspekt matematičke nadarenosti. Na njima uspijevaju pojedinci koji su bolje trenirani u rješavanju problema, imaju sposobnost brzog razmišljanja i trenutnog reagiranja. Iako poželjne, te osobine ni po čemu nisu presudne kao kriteriji ocjenjivanja nečije pogodnosti za, recimo, znanstvenu karijeru u matematici.

Matematička natjecanja imaju mnogo osobina privlačnih za učenike. Ona stvaraju situaciju *kompeticije*, u kojoj učenik isprobava svoje sposobnosti u sudaru sa svojim vršnjacima. Svakako da takva bitka, ako je pravilno usmjerenja i kontrolirana, može imati mnogo pozitivnih učinaka. Međutim, neuspjeh na natjecanju može imati i pogubne posljedice za učenike koji mu ne pristupaju na ispravan način, gubljenjem želje da daljnji dodatni rad ili pak gubljenjem ukupnog interesa za matematiku.

Natjecanja se u svijetu organiziraju još od daleke 1896. godine, kad je u Mađarskoj prvi put organizirano natjecanje R. Ětwoš (kasnije preimenovano u natjecanje Kürshak). U većini zemalja bivšeg Istočnog bloka, pa i u zemljama s utjecajem tog bloka i sličnim školskim sustavima, natjecanja se organiziraju od sredine 20. stoljeća.



Prvo državno natjecanje u Hrvatskoj organizirano je 1959. godine, i od tada se održava bez prekida do današnjih dana. Broj uključenih škola i učenika kroz to vrijeme enormno je porastao, kao i težina postavljenih zadataka.

Prva knjiga na našem jeziku u kojoj se analizira početak matematičkih natjecanja kod nas je *Matematička takmičenja učenika škola II stupnja u SRH* (Zagreb, 1966) koju su priredili Jagoda Brkić, Nevenka Dravinac, Josipa Luketić i Ignacije Smolec. (.....)

3.2. Matematička natjecanja i odnos spolova

Sposobnost vrlo apstraktnog matematičkog razmišljanja svojstvenija je muškom rodu. Iako se mnogi ustrukcavaju o tome otvoreno govoriti zbog straha zbog narušavanja ravnopravnosti spolova, svi statistički pokazatelji zorno svjedoče o tome. Činjenica da nijedan dobitnik Fieldsove medalje nije žena ne svjedoči o diskriminaciji žena pri odabiru nagrađenih, već o tome da su vrhunski matematičari uglavnom muškarci, zbog prirodne razlike u sposobnostima spolova.

Ta se razlika uočava i na mnogo nižim nivoima. Kod matematičkih natjecanja razlika u rezultatima muškog i ženskog spola počinje s otprilike 15 godina, dakle na početku srednjoškolskog obrazovanja.

Ta se činjenica može, na primjer, zorno vidjeti na tablici zastupljenosti učenika i učenica na državnim natjecanjima u Republici Hrvatskoj¹. Odabrali smo nasumce tri godine i dobili sljedeće podatke:

| Razred | | 7 | 8 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------|---|----|----|----|----|----|----|
| 1996. | Ž | 14 | 20 | 5 | 7 | 6 | 6 |
| | M | 26 | 21 | 23 | 22 | 19 | 18 |
| 1999. | Ž | 17 | 21 | 8 | 7 | 8 | 8 |
| | M | 23 | 22 | 20 | 21 | 18 | 19 |
| 2000. | Ž | 14 | 19 | 11 | 6 | 7 | 6 |
| | M | 19 | 21 | 14 | 17 | 20 | 18 |

Podaci rađeni na cijelokupnoj populaciji AME 12 natjecanja u SAD-u statistički su još značajniji. Od godine 1994., natjecatelji na formularima trebaju naznačiti i spol (oko 3% njih to ipak nije učinilo). U prvom stupcu dan je broj djevojaka koje su pristupile testu, u drugom stupcu je njihov prosječni rezultat. Sljedeća dva stupca su za muški dio populacije, dok posljednja dva govore o onima koji nisu naznačili spol.

| godina | žene | prosjek | muškarci | prosjek | neodr. | prosjek |
|--------|---------|---------|----------|---------|--------|---------|
| 1994. | 104 471 | 68.8 | 120 058 | 76.0 | 6 530 | 70.6 |
| 1995. | 115 567 | 72.3 | 133 523 | 78.5 | 6 877 | 73.7 |
| 1996. | 124 491 | 65.8 | 142 750 | 71.2 | 6 659 | 67.8 |
| 1997. | 120 649 | 63.8 | 140 359 | 69.8 | 7 944 | 65.5 |
| 1998. | 108 386 | 66.5 | 128 172 | 71.9 | 7 438 | 67.8 |

Ovdje sad nije bitna samo razlika u broju sudionika u natjecanju, iako je i tu zamjetna razlika, već u postignutim rezultatima. Ukupan broj bodova na testu je 150. Razlika od gotovo 10% u uspješnosti je toliko signifikantna da nema nikakvog spora o različitim sposobnostima s obzirom na spol natjecatelja.

S obzirom da je riječ o činjenici koja je dobro poznata (iako javno nepriznata), ona može imati vrlo negativne efekte u odabiru profesionalnog opredijeljenja kod ženskog dijela učeničke populacije. Tu je uloga nastavnika, a i drugih odgovornih faktora od presudne važnosti. Treba jasno kazati da je ova razlika u sposobnosti statistička i za pojedinca nije od nikakve važnosti. Nitko se ne bavi znanstvenom karijerom matematičara s ciljem da bude dobitnik Fieldsove medalje. U praktičnom poslu kojim će se pojedinac/pojedinka baviti ova razlika u sposobnosti spolova uopće nije važna. Dapače, neke druge razlike u ponašanju i sposobnostima spolova govore u prilog ženskom spolu — na studiju matematike tradicionalno ima više djevojaka nego mladića.

¹ Ta je razlika još očitija na MMO. Za utjehu treba kazati da je Hrvatska jedina zemlja sudionica koja je na jednoj Olimpijadi (Kanada, 1995. god) imala u ekipi jednak broj djevojaka i mladića.



* * *

Da zaključimo; sistem matematičkih natjecanja mora se rabiti s mjerom u procesu izgrađivanja budućeg znanstvenika, profesora ili inženjera. Važniji od samog natjecanja je proces priprema, koji je zapravo nadopuna temeljnog obrazovanja.

Matematika ima dovoljno dubokih sadržaja da učenik darovit za matematiku, koji je u potpunosti savladao obvezno gradivo, još uvijek ima neizmjerne mogućnosti vlastitog usavršavanja, a da ne prelazi na gradivo predviđeno za viši uzrast. Sistem natjecanja stimulira takav način dodatnog rada.

3.3. Međunarodna matematička olimpijada

Međunarodne matematičke olimpijade krupa su srednjoškolskim natjecanjima. Na njima sudjeluju samo najuspješniji učenici, koji svi, bez razlike, imaju predispozicije za nastavak studija matematike i sveučilišnu karijeru. U ovom pregledu dat ćemo nekoliko temeljnih podataka na osnovi kojih bi se mogli izvesti zaključci o vezi matematičkih natjecanja i sposobnosti za znanstveni rad.

Prva Međunarodna matematička olimpijada (MMO) održana je u Rumunjskoj 1959. godine. To je natjecanje bilo organizirano samo među državama bivšeg Istočnog bloka; na prvoj olimpijadi sudjelovalo je sedam zemalja: SSSR, Rumunska, Bugarska, Mađarska, Čehoslovačka, Poljska, Istočna Njemačka. Sljedeće dvije godine SSSR nije sudjelovao, da bi se vratio 1962. godine u Čehoslovačkoj. Grigoris Margulis te je godine osvojio srebrnu medalju. Dvadeset godina kasnije dobio je Fieldsovnu medalju.

Sljedećih godina broj država sudionica je rastao do brojke 23 1979. godine. Jedina godina bez olimpijade bila je 1980., za vrijeme zahladnjena odnosa Amerike i SSSR-a. Nakon toga broj zemalja kretao se ovako: 1981–27, 1985–38, 1990–54, 1995–73, 2000–82, 2004–85.

| Ime | Zemlja | Godine | Medalje |
|-----------------------|--------------|---------|---------------|
| Burmeister, Wolfgang | DDR | 1967-71 | 3 G, 2 S |
| Harterich, Martin | SR Njemačka | 1985-89 | 3 G, 1 S, 1 B |
| Lovasz, Laszlo | Mađarska | 1963-66 | 3 G, 1 S |
| Nikolov, Nikolai | Bugarska | 1992-95 | 3 G, 1 S |
| Pelikan, Jozsef | Mađarska | 1963-66 | 3 G, 1 S |
| Banica, Theodor | Rumunjska | 1989-91 | 3 G |
| Dourov, Nikolai | Rusija | 1996-98 | 3 G |
| Ivanov, Ivan | Bugarska | 1996-98 | 3 G |
| Ivanov, Sergej | SSSR | 1987-89 | 3 G |
| Malinnikova, Evgenija | SSSR | 1989-91 | 3 G |
| Manolescu, Ciprian | Rumunjska | 1995-97 | 3 G |
| Norton, Simon | V. Britanija | 1967-69 | 3 G |
| Samikov, Yulij | Ukrajina | 1994-96 | 3 G |

Olimpijada je pojedinačno natjecanje, a broj učenika limitiran je na šest po jednoj zemlji (do 1982. godine taj je broj iznosio osam). Sudionici ne smiju biti stariji od 20 godina i smiju biti samo učenici srednjih škola (ili mlađi!).

Mnogi natjecatelji sudjelovali su na olimpijadama više puta i osvajali zlatne medalje. Rekorder je Wolfgang Burmeister iz bivše DR Njemačke koji je osvojio tri zlatne i dvije srebrne medalje.

Na prethodnoj stranici dana je tablica najuspješnijih natjecatelja.

Za sve koje sam mogao provjeriti ustanovio sam da su napravili sveučilišnu karijeru. Međutim, pregled po bazama podataka za neke pokazuje da je ta karijera po svemu prosječna ili ispod prosjeka.

Dobitnici Fieldsove medalje

Fieldsova medalja je matematički analogon Nobelove nagrade. Dodjeljuje se svake četiri godine (na Svjetskom matematičkom kongresu) za četiri (do 1966. godine samo za dva) istaknuta matematičara čiji radovi su bitno unaprijedili matematičku znanost. Specifičnost ove nagrade jest da se dodjeljuje samo matematičarima mlađima od 40 godina.



Navodimo popis svih dobitnika Fieldsove medalje:

- 1936. Lars Valerian Ahlfors (Harvard University)
Jesse Douglas (Massachusetts Institute of Technology)
(Nagrade nisu dijeljene zbog II. Svjetskog rata)
- 1950. Laurent Schwarz (University of Nancy)
Atle Selberg (Institute for Advanced Study, Princeton)
- 1954. Kunihiko Kodaira (Princeton University)
Jean-Pierre Serre (University of Paris)
- 1958. Klaus Friedrich Roth (University of London)
Rene Thom (University of Strasbourg)
- 1962. Lars V. Hormander (University of Stockholm)
John Willard Milnor (Princeton University)
- 1966. Michael Francis Atiyah (Oxford University)
Paul Joseph Cohen (Stanford University)
Alexander Grothendieck (University of Paris)
Stephen Smale (University of California, Berkeley)
- 1970. Alan Baker (Cambridge University)
Heisuke Hironaka (Harvard University)
Serge P. Novikov (Moscow University)
John Griggs Thompson (Cambridge University)
- 1974. Enrico Bombieri (University of Pisa)
David Bryant Mumford (Harvard University)
- 1978. Pierre Rene Deligne (Institut des Hautes Etudes Scientifiques)
Charles Louis Fefferman (Princeton University)
Gregori Alexandrovič Margulis (Moscow University)
Daniel G. Quillen (Massachusetts Institute of Technology)
- 1982. Alain Connes (Institut des Hautes Etudes Scientifiques)
William P. Thurston (Princeton University)
Shing-Tung Yau (Institute for Advanced Study, Princeton)
- 1986. Simon Donaldson (Oxford University)
Gerd Faltings (Princeton University)
Michael Freedman (University of California, San Diego)
- 1990. Vladimir Drinfeld (Phys. Inst. Kharkov)
Vaughan Jones (University of California, Berkeley)
Shigefumi Mori (University of Kyoto)
Edward Witten (Institute for Advanced Study, Princeton)
- 1994. Pierre-Louis Lions (University of Paris-Dauphine)
Jean-Christophe Yoccoz (University of Paris-Sud)
Jean Bourgain (Institute for Advanced Study, Princeton)
Efim Zelmanov (University of Wisconsin)
- 1998. Richard E. Borcherds (Cambridge University)
William T. Gowers (Cambridge University)
Maxim Kontsevich (Institut des Hautes Etudes Scientifiques)
Curtis T. McMullen (Harvard University)
- 2002. Laurent Lafforgue (Institut des Hautes Etudes Scientifiques)
Vladimir Voevodsky (Institute for Advanced Study, Princeton)

Odmah je vidljivo da su 44 nagrade otišle znanstvenicima koji djeluju u samo sedam zemalja. Tu se ne vidi nikakva korelacija s uspjesima zemalja na MMO:

| | |
|--------------|----------|
| SAD | 22 |
| Francuska | 10 |
| Britanija | 6 |
| Rusija | 3 |
| Italija | 1 |
| Japan | 1 |
| Švedska | 1 |
| <hr/> Ukupno | <hr/> 44 |
| Nakon 1978. | 24 |

Sudionici matematičkih olimpijada koji su postali dobitnici Fieldsove medalje:

| Ime | Zemlja | Godine i medalje | Fields |
|-----------------------|--------------|---------------------|--------|
| Grigorij A. Margulis | SSSR | 1959. (-), 1962.(S) | 1983. |
| Vladimir Drinfel'd | SSSR | 1969.(G) | 1990. |
| Jean-Christoph Yoccoz | Francuska | 1974.(G) | 1994. |
| Richard E. Borcherds | V. Britanija | 1977.(S), 1978.(G) | 1998. |
| Timothy Gowers | V. Britanija | 1981.(G) | 1998. |

Na ovoj listi nema nikoga s prethodnog popisa najuspješnijih olimpijaca.

Nevanlinna Prize analogon je Nobelove nagrade za područje teorijskog računalstva. Sudionici MMO koji su dobili ovu nagradu su:

Alexander A. Razborov iz bivšeg SSSR-a, sudjelovao 1979. i osvojio zlatnu medalju, dobitnik Nevanlinna nagrade 1990. g., te Peter W. Shor iz SAD-a, olimpijac 1977. g., osvajač srebrne medalje i dobitnik Nevanlinna nagrade 1998. godine.

Plasman zemalja na MMO

Na sljedećoj tablici naveden je plasman pojedinih zemalja na posljednjih 12 MMO. Odmah se može primijetiti da su za taj plasman odlučujuća dva faktora: populacija pojedine zemlje i školski sustav.

U prvom stupcu navedeno je stanovništvo pojedine zemlje, u tisućama (prema statističkim podacima iz 2004. godine.)

U sljedećim stupcima dan je plasman pojedine zemlje na MMO, računat prema zbroju bodova svih natjecatelja.

| | Država | stan. | '93 | '94 | '95 | '96 | '97 | '98 | '99 | '00 | '01 | '02 | '03 | '04 | sred. | st.dev. |
|----|-----------|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|---------|
| 1 | Kina | 1306314 | 1 | 2 | 1 | 6 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1,6 | 1,5 |
| 2 | Rusija | 143420 | 4 | 3 | 3 | 4 | 4 | 6 | 1 | 2 | 2 | 2 | 5 | 3 | 3,3 | 1,4 |
| 3 | SAD | 295734 | 7 | 1 | 11 | 2 | 4 | 3 | 10 | 3 | 2 | 3 | 3 | 2 | 4,3 | 3,3 |
| 4 | Bugarska | 7450 | 3 | 4 | 6 | 11 | 7 | 2 | 5 | 5 | 4 | 4 | 1 | 5 | 4,8 | 2,6 |
| 5 | Vijetnam | 83535 | 9 | 6 | 4 | 7 | 10 | 9 | 3 | 5 | 10 | 5 | 4 | 4 | 6,3 | 2,6 |
| 6 | Rumunjska | 22329 | 11 | 9 | 2 | 1 | 7 | 11 | 4 | 11 | 15 | 8 | 7 | 10 | 8,0 | 4,1 |
| 7 | Mađarska | 10007 | 8 | 5 | 5 | 3 | 2 | 3 | 11 | 9 | 21 | 12 | 10 | 7 | 8,0 | 5,3 |
| 8 | J. Koreja | 48423 | 15 | 14 | 7 | 8 | 11 | 12 | 7 | 4 | 4 | 6 | 6 | 12 | 8,8 | 3,8 |
| 9 | Iran | 68017 | 6 | 8 | 8 | 9 | 3 | 1 | 8 | 10 | 18 | 11 | 17 | 9 | 9,0 | 4,9 |
| 10 | Tajvan | 22894 | 5 | 15 | 12 | 20 | 14 | 5 | 9 | 8 | 9 | 7 | 16 | 6 | 10,5 | 4,9 |



| | Država | stan. | '93 | '94 | '95 | '96 | '97 | '98 | '99 | '00 | '01 | '02 | '03 | '04 | sred. | st.dev. |
|----|-----------------|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|---------|
| 11 | Japan | 127417 | 20 | 10 | 9 | 11 | 12 | 14 | 13 | 15 | 13 | 16 | 9 | 8 | 12,5 | 3,5 |
| 12 | Indija | 1080264 | 15 | 20 | 14 | 14 | 15 | 7 | 8 | 14 | 7 | 9 | 15 | 14 | 12,7 | 4,0 |
| 13 | Ukrajina | 47425 | 21 | 16 | 23 | 18 | 6 | 8 | 12 | 13 | 8 | 20 | 14 | 11 | 14,2 | 5,5 |
| 14 | Njemačka | 82431 | 2 | 11 | 15 | 10 | 13 | 16 | 17 | 20 | 14 | 10 | 17 | 25 | 14,2 | 5,8 |
| 15 | Velika Brit. | 60441 | 14 | 7 | 10 | 5 | 16 | 17 | 20 | 22 | 31 | 27 | 10 | 20 | 16,6 | 7,9 |
| 16 | Bjelorusija | 10300 | 38 | 23 | 26 | 21 | 17 | 19 | 6 | 7 | 12 | 14 | 19 | 13 | 17,9 | 8,8 |
| 17 | Izrael | 6276 | 18 | 24 | 13 | 15 | 22 | 24 | 25 | 11 | 17 | 18 | 21 | 15 | 18,6 | 4,6 |
| 18 | Australija | 20090 | 13 | 12 | 21 | 23 | 9 | 13 | 15 | 16 | 25 | 26 | 26 | 27 | 18,8 | 6,5 |
| 19 | Poljska | 38635 | 28 | 13 | 16 | 13 | 20 | 21 | 19 | 32 | 19 | 21 | 22 | 16 | 20,0 | 5,6 |
| 20 | Turska | 69661 | 24 | 31 | 25 | 19 | 25 | 17 | 16 | 18 | 11 | 14 | 8 | 32 | 20,0 | 7,5 |
| 21 | Kanada | 32805 | 18 | 25 | 19 | 16 | 29 | 20 | 31 | 17 | 24 | 12 | 12 | 21 | 20,3 | 6,0 |
| 22 | Srbija i CG | 10829 | 12 | | 17 | 24 | 20 | 10 | 14 | 23 | 31 | 29 | 23 | 21 | 20,4 | 6,7 |
| 23 | Slovačka | 5431 | 12 | 22 | 21 | 17 | 36 | 33 | 21 | 18 | 48 | 25 | 25 | 31 | 25,8 | 9,8 |
| 24 | Hong Kong | 6899 | 33 | 17 | 20 | 27 | 30 | 25 | 33 | 28 | 19 | 24 | 28 | 30 | 26,2 | 5,3 |
| 25 | Češka | 10241 | 10 | 21 | 17 | 28 | 18 | 15 | 49 | 42 | 45 | 28 | 34 | 34 | 28,4 | 12,6 |
| 26 | Francuska | 60656 | 17 | 18 | 30 | 36 | 32 | 26 | 33 | 48 | 28 | 19 | 24 | 38 | 29,1 | 9,1 |
| 27 | Singapur | 4425 | 30 | 30 | 26 | 25 | 41 | 22 | 36 | 37 | 29 | 30 | 36 | 18 | 30,0 | 6,7 |
| 28 | Kazahstan | 15185 | 25 | | 57 | 64 | 46 | 35 | 35 | 24 | 6 | 16 | 12 | 21 | 31,0 | 18,5 |
| 29 | Argentina | 39538 | 42 | 19 | 29 | 29 | 37 | 29 | 45 | 25 | 22 | 31 | 28 | 39 | 31,3 | 8,0 |
| 30 | Brazil | 186113 | 34 | 40 | 44 | 52 | 26 | 30 | 29 | 48 | 16 | 21 | 26 | 21 | 32,3 | 11,5 |
| 31 | Gruzija | 4667 | 26 | 39 | 48 | 30 | 28 | 36 | 38 | 36 | 38 | 34 | 32 | 28 | 34,4 | 6,1 |
| 32 | Tajland | 64865 | 41 | 27 | 34 | 47 | 52 | 42 | 47 | 29 | 22 | 21 | 19 | 35 | 34,7 | 11,2 |
| 33 | Mongolija | 2791 | 61 | 51 | 42 | 44 | 30 | 30 | 25 | 40 | 31 | 35 | 25 | 19 | 36,1 | 12,0 |
| 34 | Armenija | 2982 | 28 | 33 | 32 | 34 | 34 | 26 | 39 | 20 | 53 | 67 | 43 | 26 | 36,3 | 13,0 |
| 35 | Južnoafri. Rep. | 44344 | 57 | 28 | 41 | 43 | 39 | 28 | 27 | 27 | 36 | 32 | 45 | 33 | 36,3 | 9,1 |
| 36 | Hrvatska | 4495 | 55 | 43 | 32 | 34 | 24 | 22 | 41 | 34 | 35 | 45 | 33 | 40 | 36,5 | 9,1 |
| 37 | Kolumbija | 42954 | 26 | 26 | 38 | 46 | 27 | 41 | 49 | 44 | 42 | 37 | 39 | 29 | 37,0 | 8,1 |
| 38 | Italija | 58103 | 23 | 36 | 26 | 25 | 48 | 38 | 23 | 50 | 46 | 33 | 49 | 49 | 37,2 | 11,0 |
| 39 | Latvija | 2290 | 31 | 38 | 39 | 33 | 22 | 37 | 22 | 46 | 38 | 40 | 49 | 52 | 37,3 | 9,4 |
| 40 | Grčka | 10668 | | 42 | 54 | 22 | 45 | 32 | 47 | 56 | 30 | 47 | 30 | 26 | 39,2 | 11,6 |
| 41 | Švedska | 9002 | 39 | 41 | 35 | 40 | 19 | 47 | 41 | 31 | 68 | 48 | 48 | 46 | 41,9 | 11,7 |
| 42 | Makedonija | 2045 | 48 | 50 | 31 | 48 | 46 | 40 | 36 | 43 | 43 | 43 | 47 | 48 | 43,6 | 5,6 |
| 43 | Moldavija | 4455 | 59 | 55 | 36 | 41 | 57 | 59 | 56 | 26 | 40 | 48 | 30 | 17 | 43,7 | 14,3 |
| 44 | Austrija | 8185 | 22 | 32 | 43 | 42 | 43 | 48 | 29 | 39 | 55 | 56 | 59 | 59 | 43,9 | 12,1 |
| 45 | Belgija | 10364 | 37 | 34 | 47 | 31 | 41 | 39 | 54 | 53 | 68 | 52 | 37 | 42 | 44,6 | 10,6 |
| 46 | Novi Zeland | 4035 | 45 | 29 | 46 | 37 | 48 | 49 | 52 | 62 | 44 | 35 | 55 | 58 | 46,7 | 9,6 |
| 47 | Nizozemska | 16407 | 35 | 37 | 45 | 59 | 37 | 44 | 31 | 46 | 54 | 54 | 64 | 61 | 47,3 | 11,0 |
| 48 | Meksiko | 106203 | 61 | 66 | 58 | 53 | 32 | 44 | 52 | 32 | 46 | 46 | 41 | 37 | 47,3 | 11,0 |
| 49 | Norveška | 4593 | 44 | 45 | 52 | 37 | 44 | 61 | 39 | 57 | 50 | 44 | 42 | 59 | 47,8 | 7,9 |
| 50 | Finska | 5223 | 52 | 48 | 36 | 39 | 34 | 63 | 43 | 52 | 63 | 38 | 55 | 63 | 48,8 | 10,8 |
| 51 | Litva | 3596 | 49 | 47 | 50 | 32 | 51 | 55 | 51 | 62 | 56 | 42 | 52 | 51 | 49,8 | 7,4 |
| 52 | Maroko | 32725 | 40 | 35 | 24 | 65 | 60 | 52 | 57 | 55 | 52 | 63 | 55 | 41 | 49,9 | 12,4 |
| 53 | Estonija | 1332 | 56 | 44 | 56 | 55 | 53 | 43 | 69 | 58 | 37 | 40 | 54 | 44 | 50,8 | 9,2 |
| 54 | Kuba | 11346 | 36 | 68 | 55 | 66 | 40 | 67 | 27 | 44 | 26 | 39 | 76 | 78 | 51,8 | 18,8 |



| Država | stan. | '93 | '94 | '95 | '96 | '97 | '98 | '99 | '00 | '01 | '02 | '03 | '04 | sred. | st.dev. |
|----------------|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|---------|
| 55 Švicarska | 7489 | 42 | 63 | 39 | 62 | 57 | 57 | 24 | 40 | 57 | 60 | 67 | 55 | 51,9 | 12,8 |
| 56 Slovenija | 2011 | 45 | 59 | 60 | 44 | 50 | 51 | 58 | 34 | 67 | 58 | 75 | 49 | 54,2 | 11,0 |
| 57 BiH | 4025 | 71 | 61 | 69 | 57 | 62 | 33 | 43 | 29 | 51 | 62 | 43 | 70 | 54,3 | 14,4 |
| 58 Španjolska | 40341 | 45 | 62 | 51 | 48 | 64 | 58 | 46 | 68 | 58 | 60 | 46 | 55 | 55,1 | 7,8 |
| 59 Danska | 5432 | 32 | 57 | 49 | 48 | 57 | 66 | 54 | 61 | 68 | 55 | 66 | 68 | 56,8 | 10,5 |
| 60 Azerbejdžan | 7912 | 52 | | 64 | 58 | 55 | 54 | 66 | 63 | 73 | 65 | 40 | 47 | 57,9 | 9,5 |
| 61 Indonezija | 241974 | 70 | 60 | 53 | 70 | 62 | 68 | 64 | 51 | 69 | 64 | 37 | 54 | 60,2 | 9,9 |
| 62 Cipar | 780 | | 58 | 58 | 69 | 80 | 56 | 64 | 64 | 34 | 68 | 70 | 63 | 62,2 | 11,5 |
| 63 Irska | 4015 | 50 | 49 | 61 | 61 | 68 | 58 | 62 | 69 | 63 | 70 | 74 | 66 | 62,6 | 7,6 |
| 64 Island | 296 | 64 | 65 | 68 | 56 | 60 | 52 | 60 | 60 | 74 | 66 | 62 | 72 | 63,3 | 6,3 |
| 65 Malezija | 23953 | | | 72 | 72 | 69 | 62 | 63 | 64 | 59 | 69 | 67 | 73 | 67,0 | 4,8 |
| 66 Kirgizija | 5146 | 60 | 67 | 65 | 67 | 75 | 69 | 76 | 76 | 79 | 75 | 49 | 52 | 67,5 | 9,7 |
| 67 Portugal | 10566 | 51 | 56 | 67 | 63 | 71 | 72 | 70 | 72 | 78 | 78 | 73 | 77 | 69,0 | 8,5 |
| 68 Filipini | 87857 | 52 | 53 | 65 | 74 | 73 | 70 | 73 | 70 | 75 | 74 | 79 | 79 | 69,8 | 8,9 |
| 69 Kuvajt | 2336 | 68 | 69 | 73 | 75 | 76 | 76 | 78 | 78 | 81 | 83 | 80 | 84 | 76,8 | 5,0 |

Ti rezultati u manjem dijelu i za manji broj zemalja nisu objektivni, jer su neke zemlje slale manje od dozvoljenih šest natjecatelja.

U pretposljednjem stupcu izračunata je aritmetička sredina plasmana, a u posljednjem stupcu i standardna devijacija plasmana.

Već na prvi pogled može se vidjeti stalnost rezultata, koja pokazuje da plasman ne ovisi toliko o snazi nekog izuzetnog pojedinca, već o općoj situaciji s natjecateljima u pojedinoj zemlji i o pripremnom radu s njima.

Lako je uočiti neprirodno visok plasman nekih zemalja u kojima matematička natjecanja imaju dugogodišnju tradiciju, poput Bugarske, Rumunjske i Mađarske. Ne treba zaboraviti da te zemlje imaju jednako tako velik broj istaknutih matematičara – znanstvenika, što je svakako u korelaciji s tom dugogodišnjom tradicijom.

Možemo uočiti i nizak plasman nekih zemalja koje imaju velik broj stanovnika, poput Francuske, Italije, a pogotovo Španjolske, da se ograničimo samo na velike europske zemlje. Očito Francuska ne pridaje dovoljno pažnje sustavu natjecanja (iako su njezini rezultati prije prosječni nego slabi). S druge strane, i Talijani, a pogotovo Španjolci govore da je nastava matematike u školskom sustavu njihovih zemalja slaba. To se prema ovim rezultatima i vidi.

Smještaj Hrvatske negdje u sredini ove tablice za zemlju naše veličine velik je uspjeh. Bez sumnje, može se kazati da tome doprinosi kvaliteta nastave matematike u srednjim školama, te, u većoj mjeri, organizirani rad s najboljim natjecateljima u proteklih desetak godina. (.....)

4.1. Sustav natjecanja

Matematička natjecanja u Hrvatskoj organiziraju se od 1959./60. godine. Kroz to se doba sistem mijenjaо utoliko što se povećao broj stupnjeva natjecanja, povećao se broj uključenih učenika i snizila dobna granica za pristup organiziranim natjecanjima. Danas se u Hrvatskoj u natjecanja uključuju i učenici četvrtih razreda osnovnih škola i po tom smo pokazatelju u boljoj situaciji od većine drugih zemalja.

Sadašnji sistem uključuje sljedeća natjecanja:

- školska natjecanja (nisu obvezna);
- općinska ili gradska natjecanja;
- županijska natjecanja;
- državno natjecanje.



Na natjecanjima se koristi isti tip testova s olimpijskim zadacima na svim stupnjevima natjecanja. To postavlja nekoliko vrsta problema:

- neadekvatan izbor zadataka na nižim stupnjevima natjecanja. Mnogo učenika ostvaruje vrlo slab ili nikakav rezultat što ih destimulira za daljnje bavljenje matematikom;
- neujednačenost ocjenjivanja i neusklađen izbor učenika za viši stupanj natjecanja;
- privilegiranje matematičkih gimnazija u odnosu na ostale vrste škola u kojima je bavljenje matematikom također od iznimne važnosti;
- za jednogodišnji ciklus natjecanja treba sastaviti preko šezdeset originalnih (dobro odabralih) zadataka, što je prevelik zahtjev na državno povjerenstvo. Stoga se u principu (kad je srednja škola u pitanju) koriste zadaci s natjecanja u drugim zemljama;
- natjecanja se organiziraju odvojeno za svaki razred, što predstavlja poteškoće u odabiru nacionalnog tima za olimpijadu. Cesto se mora organizirati dodatno natjecanje, s nejasnim kriterijem odabira. Dok je za osnovnu školu i niže razrede srednje škole ova podjela donekle prirodna, ona u trećem i četvrtom razredu gimnazije nema nikakve utemeljenosti.

U nastavku ove knjižice dan je opsežan pregled organizacije natjecanja u zemljama s različitom tradicijom i različitim uspjesima u nastavi matematike. Cilj tog pregleda je definirati optimalan sustav natjecanja za Hrvatsku.

Ciljevi natjecanja

Među pozitivnim ciljevima možemo lako izdvojiti sljedeće:

- Obuhvatiti što veći broj učenika.

Sistem matematičkog natjecanja mora u prvoj fazi obuhvatiti broj učenika veličine volumena s iznadprosječnim sposobnostima. To znači da bi se u Hrvatskoj u sustav natjecanja moralo uključiti barem 5000 učenika po generaciji (u svakom razredu, da ne bude zabune). Taj broj nije pretjeran, jer predstavlja 10% učeničke populacije.

- Stimulirati sve učenike na dodatni rad, u okviru njihovih mogućnosti.

Svaki dodatni rad u matematici je koristan, jer povećava ukupne učenikove potencijale. Pritom nije važan njegov krajnji domet. Bitno je da svaki učenik dođe do vrha svojih mogućnosti.

- Odabratи jednostavan, učinkovit i pravedan sistem odabira.

Organizacija masovnog natjecanja opsežan je posao. Zato ga u ranim fazama treba maksimalno pojednostaviti. Zbog toga se smatra da su u nižim stupnjevima natjecanja za to pogodniji testovi s višestrukim odgovorima.

- Najboljim učenicima omogućiti međunarodnu kompeticiju.

Težina i vrsta zadataka na najvišem stupnju mora biti kompatibilna s najvišim svjetskim standardima.

* * *

Kako je pokazano u ovoj knjižici, u opticaju su testovi dviju različitih vrsta. Prvi, koji smo zvali "testovi sa zadacima s ponuđenim višestrukim odgovorima" i drugi, "testovi sa zadacima olimpijskog tipa". Tome treba dodati i varijantu testova olimpijskog tipa s neograničenim vremenom rješavanja, koja se prakticira u Češkoj ili Poljskoj.

Druga razlika jest broj različitih testova koji se zadaju u pojedinom razredu. Zemlje bogatije tradicije organiziraju odvojene testove za svaki uzrast koji sudjeluje u natjecanju, dok druge preferiraju manji broj, pa čak i samo jedan zajednički test.

Koji je sustav optimalan za Hrvatsku? Da bi se odgovorilo na ovo pitanje treba imati u vidu jasne ciljeve koje tim natjecanjem postavljamo. Što želimo od njega? Želimo li elitno natjecanje poput onog u Poljskoj ili masovno poput onog u Kanadi? Ne trebamo smetnuti s umu niti ograničenost ljudskog potencijala određeno malim stanovništvom naše zemlje.

Nagrađeni učenici, prikaz po županijama

Da bismo mogli preporučiti optimalni sustav, pogledajmo i rezultate postojećeg.

Kada bi kriterij za uspješnost na matematičkim natjecanjima bio samo prirodnji talent, tada bi broj nagrađenih trebao u dobroj mjeri biti proporcionalan broju ukupnog stanovništva neke sredine.

Dakako da samo talent ne čini natjecatelja. Zapravo, prema rezultatima natjecatelja u osnovim školama (koje u ovom pregledu, na žalost ne mogu uključiti) vidljivo je da u osnovnoj školi veću ulogu od samog talenta ima nastavnik i organizirani rad s učenicima. Samo se tako može objasniti stalna prisutnost učenika neke osnovne škole na visokim stupnjevima natjecanja, dok se, recimo, neke veće sredine, poput nekih gradova, na tim natjecanjima uopće ne pojavljuju.

Statističke tablice, ali i rezultati dugogodišnjeg praćenja natjecatelja, daju mi za pravo zaključiti da tek u dobi od 15 godina postaje dominantan prirodni talent za bavljenje matematikom, dakako, potpomognut organiziranim radom. Jedno bez drugoga ne ide.

Na taj se način mogu objasniti izrazite asimetrije u tablici najuspješnijih natjecatelja, u kojima dominiraju dvije istaknute sredine, Zagreb i Split. Iako su one i brojčano najjače, pa čak i ako se uvaže prirodni migracijski procesi, odnosno selidba kvalitetnih učenika u jače sredine za vrijeme školovanja, statističke razlike u odnosu na druge županije su još uvijek prevelike.

U ovoj tablici naznačene su županije prema svojim najvećim mjestima. U popis nagrađenih uključeni su učenici cijelokupne županije. U trećem stupcu navedeno je stanovništvo (u tisućama) prema posljednjem popisu. Bodovi u posljednjem stupcu navedeni su radi lakše usporedbe, prva je nagrada bodovana s 5, druga s 3, treća s 1, a pohvala s pola boda.

Izrazito loši rezultati u nekim županijama moraju biti signal upozorenja svima kojih se to tiče.

| Žup. | Stan. | 1. nagr. | 2. nagr. | 3. nagr. | pohvala | bodova |
|------------|-------|----------|----------|----------|---------|--------|
| Zagreb | 21 | 779 | 45 | 41 | 44 | 74 |
| Split | 17 | 464 | 17 | 17 | 26 | 26 |
| Rijeka | 8 | 305 | 4 | 2 | 16 | 22 |
| Varaždin | 5 | 185 | 2 | 7 | 3 | 7 |
| Zadar | 13 | 162 | 4 | 1 | 7 | 10 |
| Šibenik | 15 | 113 | 3 | 3 | 1 | 6 |
| Dubrovnik | 19 | 123 | 3 | 0 | 3 | 3 |
| Koprivnica | 6 | 124 | 2 | 0 | 4 | 4 |
| Pula | 18 | 206 | 1 | 2 | 4 | 4 |
| Osijek | 14 | 330 | 1 | 0 | 4 | 12 |
| Požega | 11 | 85 | 1 | 1 | 1 | 3 |
| Vinkovci | 16 | 205 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| Sisak | 3 | 185 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| Zagrebačka | 1 | 310 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| Virovitica | 10 | 93 | 0 | 0 | 1 | 4 |
| Čakovec | 20 | 118 | 0 | 0 | 1 | 2 |
| Bjelovar | 7 | 133 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| Karlovac | 4 | 142 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Gospic | 9 | 54 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Krapina | 2 | 142 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Sl. Brod | 12 | 177 | 0 | 0 | 0 | 0 |

(.....)

