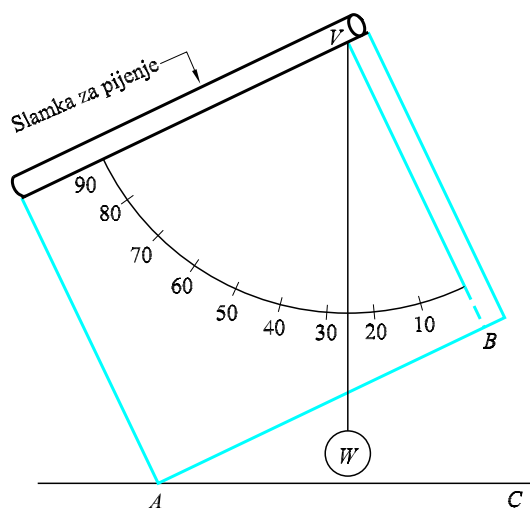


Primjena trigonometrije u geodeziji



Šime Šuljić, Pazin

Valjda nema zbirke zadataka iz matematike za drugi razred srednje škole, koja u poglavlju *Trigonometrija pravokutnog trokuta* nema poneki zgodan zadatak koji to područje povezuje s geodezijom. Vjerujem da svaki nastavnik rado s učenicima obradi baš takve zadatke, jer su učenicima zanimljivi, a i pokazuju koliko matematika može biti korisna u svakodnevnom životu. Jesmo li, uvrstivši tih nekoliko zadataka u našu pripremu dovoljno uvjerali učenike da je matematika povezana s geodezijom i općenito mjerenjima u prirodi? Ne pruža li nam se baš tada mogućnost izvođenja sata matematike na otvorenom?



Sl. 1.

Ako se odlučimo mjeriti obližnje stablo ili neku zgradu, prvi problem s kojim ćemo se vjerojatno susresti je nedostatak teodolita u školi, naprave za mjerenje kutova. Kako se od probnog mjerenja ne očekuje neka preciznost, dovoljno je da se poslužimo nekom priručnom napravom kakvu koriste u GLOBE programu učenici za određivanje visine stabala. Radi se o plastificiranom listu papira s pravim kutom podijeljenim na stupnjeve i malim viskom u vrhu pravog kuta. Radi preciznijeg viziranja na jedan krak kuta nalijepljena je slamka za pijenje. Učenici iz točke promatranja izmjere udaljenost stabla i kut pod kojim vide vrh stabla. Na priručnom papiru, koji nosi naziv *Hypsometer-Clinometer*, s druge strane je tablica tangensa kutova, pa se lako očitani tangens pomnoži s udaljenošću od stabla i nadoda visina promatrača da bi se dobila visina stabla. Ako na vašoj školi provode GLOBE program do priručne naprave ćete lako doći. Ali “napravu” možete ispisati na pisaču izravno s URL adrese: <http://www.redrockcanyon.blm.gov/Education/BackPack/PDF/clinometer.pdf>. Veću ćemo preciznost postići ukoliko visak postavimo na školski kutomjer.

Vrlo zanimljivu dosjetku mjerenja kutova u prirodi iznio je u 1823. poruci mail liste “Nastava matematike” (<http://groups.yahoo.com/group/nastava-matematike>),

kolega Damir Petravić. “Ove godine smo napravili eksperiment: pomoću šestara, libele, infracrvene zrake i kutomjera na šestaru dvojica učenika su izmjerili visinu crkvenog tornja prilično točno uz mala odstupanja. Za jedan krak kuta šestara su pričvrstili libelu, inače dolazi do značajnih odstupanja rezultata, kako bi postigli da krak šestara ima vodoravan položaj. Na drugi krak šestara pričvrstili su igračku koja se kupi na placu (laser ili infracrvena zraka). Zraka, tj. drugi krak kuta se usmjeri na željenu točku. Na samom kutomjeru šestara, očita se kut, izmjeri udaljenost podnožja tornja i pristupi računanju.”

Promatramo li praktična mjerenja na terenu kroz težinu izračuna koja im slijede, onda ćemo zaključiti kako se radi o vrlo jednostavnim zadacima. To je točno. Međutim, terensko se mjerenje može implementirati u nastavu na vrlo kreativan i složen način. Štoviše, ono može prethoditi obradi nastavne jedinice i omogućiti problemski pristup nastavi. Ilustrativan primjer u tom pogledu nalazimo u članku dr. Margite Pavleković “Nastavnikova inventivnost i učinkovitost na-

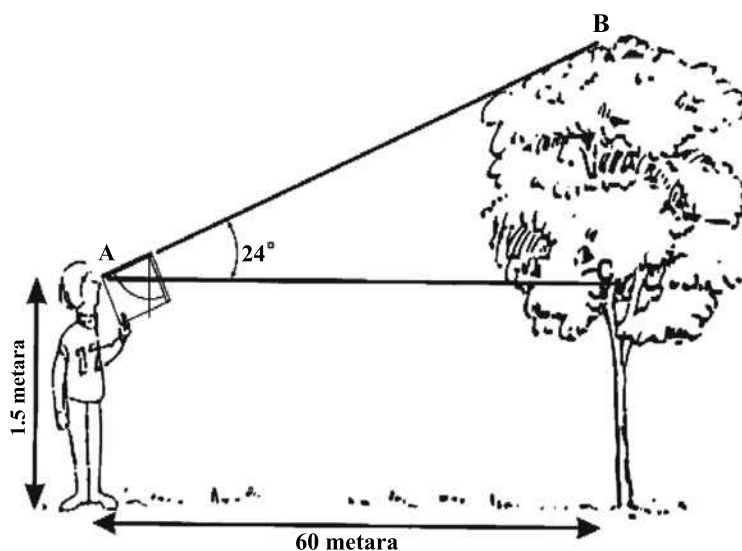
stave matematike”, Zbornik radova 6. susreta nastavnika matematike. Riječ je o nastavnoj jedinici *Poučak o sinusima*, koja se obrađuje u trećem razredu.

Zadržimo se ipak samo na trigonometriji pravokutnog trokuta s namjerom da učenici inspirirani terenskim mjerenjima riješe i neke složenije zadatke u učionici. Poseban je izazov u drugom razredu riješiti kosokutan trokut. Sljedeća priča je zapravo zadatak ili bolje rečeno niz povezanih zadataka za četveročlani učenički tim.

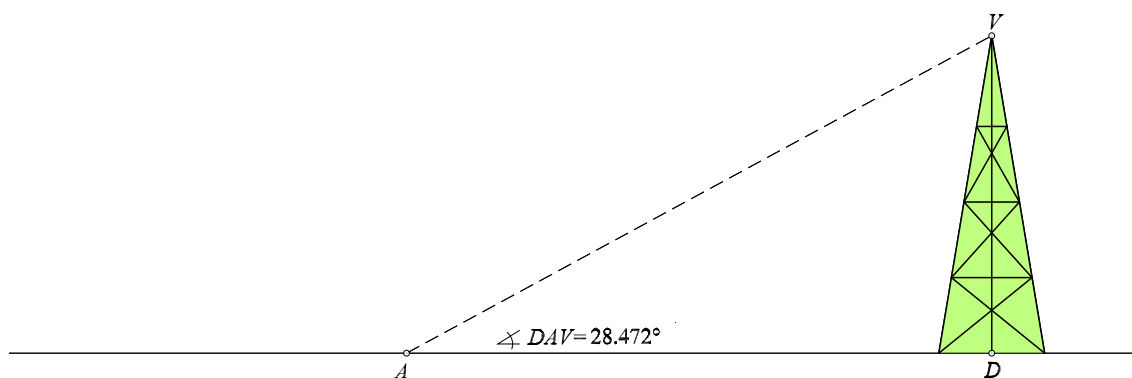
Mjerenje visine željeznog tornja

Zadatak za timski rad učenika 2. razreda

Šef uglednog geodetskog ureda “Svaštamjer” pošalje dvojicu svojih najboljih pomoćnika da izmjere potrebne parametre za određivanje visine željeznog tornja na zemljišnoj čestici Z.Č. 123a. Oni uzeše sav potreban pribor i uskoro se vratiše s rezultatima mjerenja.



Sl. 2.



Sl. 3.

— Jeste li obavili posao? — upita ih šef.
 — Jesmo. Moja skica s vrijednošću kuta pod kojim se vidi vrh tornja iz točke A je tu — reče prvi pomoćnik.

— A moja skica s vrijednošću kuta pod kojim se vidi vrh tornja iz točke B je također ovdje — reče drugi pomoćnik, sav ponosan.

Šef pogleda obje skice i odmah pobjesni:

— Prvo, ja sam vas poslao da radite kao tim, a drugo vi niste izmjerili niti jednu dužinu. Na temelju samih kutova ne mogu se odrediti duljine stranica trokuta! E, da ste bili đaci stare i slavne pazinske gimnazije, kao ja, ne biste tek tako položili matematiku, pa ne bih ni zaposlio takve šeprtlje.

— Ali, šefe — umiješa se tajnica s namjerom da ga smiri.

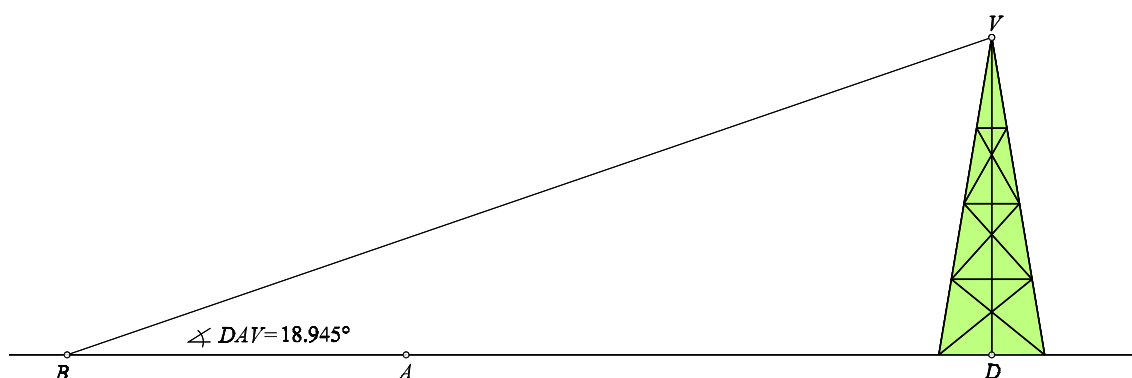
— Ma, što ali. Sada ti uzmi opremu i sa mnom na teren — strogo naredi šef.

— Vidjet ćete vi kako se mjeri. Jeste li barem označili točke A i B? — upita pomoćnike na izlazu.

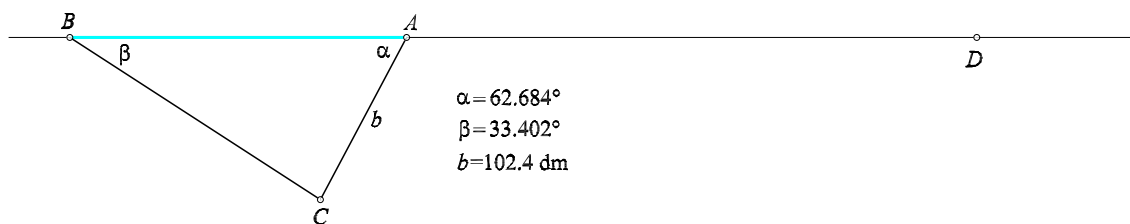
— Jesmo, obojili smo ih crvenom bojom i vrlo su uočljive — odgovoriše uplašeni pomoćnici.

Na terenu šef uoči da točke A, B i D pripadaju istom pravcu. Sine mu ideja da ne mjeri udaljenost do podnožja tornja tj. točke D od točaka A ili B, nego da zadatak malo zakomplicira ubacujući novu točku i nova mjerenja. Vrativši se s novom skicom, šef reče:

— Pronašao sam točke A i B. Nedaleko njih označio sam novu točku C, koju sam iz točke A vidio pod kutom α , a iz točke B pod kutom β . Izmjerio sam i duljinu stranice $\overline{AC}$. Mjerenja su na skici. Sad sjednite i



Sl. 4.



Sl. 5.

riješite problem. Konačno ćete imati prilike razmišljati.

Šef je neko vrijeme promatrao kako ne znaju odakle početi, pa razmisivši o svom postupku reče:

— Ipak sam im trebao dati jasne upute kada sam ih poslao na teren. A s ubacivanjem točke C u igru, zadatak će im biti pretežak. Trokut ABC je kosokutan, a oni su učili samo trigonometriju pravokutnog trokuta.

Zatim šef reče:

— Čini mi se ovaj zadatak zanimljiviji nego što sam pretpostavljao. I meni bi odgovaralo malo moždane gimnastike ukoliko me primete u tim.

— Samo izvolite, bit će nam drago da zajedno riješimo problem — odgovori u zadatak udubljena trojka.

Novi član tima reče:

— Trokut ABC nije pravokutan, stoga bi možda trebalo spustiti visinu iz vrha.

Uputa za rad učeničkog tima:

Naši junaci iz priče uronili su u odgonetanje visine tornja. Zadatak vašeg tima je u tome im pomoći, tj. odrediti visinu DV tornja u decimetrima. Zajednički razmotrite ideju rješavanja. Kako se do konačnog cilja dolazi rješavanjem više pravokutnih trokuta, najbolje je da posao podijelite tako da pojedini trokut rješava jedan od vas ili najviše dvojica radi kontrole. Bit će vam zanimljivije ako preuzmete i uloge iz priče.

U ovako postavljenom zadatku pojavljuju se dva teža momenta. Prvi je rješavanje kosokutnog trokuta ABC , kojem je zadana jedna stranica i dva kuta, učenicima koji ne

znaju poučak o sinusima. Da taj moment ne bi bio nepremostiv korak u priči je ponuđena pomoć kroz nagovještaj spuštanja visine. Drugi je rješavanje dvaju pravokutnih trokuta kod kojih su zadani po jedan šiljasti kut i razlika dviju kateta. Postavljajući niz zadataka u jedan složeniji problem rukovodio sam se mišlju izrečenoj u *Standardima za nastavu matematike* (HMD & V. gimnazija, Zagreb, 2000.):

“Problemska situacija mora biti dovoljno složena da ponudi izazov, ali ne toliko složena da je nerješiva”. Je li ovako postavljen zadatak ipak presložen za našeg prosječnog učenika? Probno izvođenje u dva razreda opće i jednom razredu prirodoslovno-matematičke gimnazije pokazuju da učenici uglavnom problem rješavaju bez pomoći nastavnika. Tajna se krije u timskom radu koji “pobuđuje istraživačku radoznalost, motiviranost za rad, uvodi u školski rad dobre međuljudske odnose, multiplicira najrazličitije komunikacije, širi vidokruge, daruje radost uspjeha — i tko zna što još dobra i lijepa” (I. Smolec: *Praksa i filozofija učenja*, Školske novine).

Za sve one koji bi htjeli ovako koncipiran timski rad probati u učionici, zadatak s rješenjem dostupan je na internet adresi http://groups.yahoo.com/group/nastava-matematike/files/Timski_rad.

sime.suljic@pu.hinet.hr