Projektni zadatak uz uporabu GeoGebre – jednadžba pravca

Željka Bjelanović Dijanić, Čazma

1. Specifični uvjeti

Vrlo je malo nastavnika koji imaju mogućnost istom razredu predavati dva predmeta poput matematike i informatike. Jedna sam od tih, jer radim u maloj provincijskoj srednjoj školi u Čazmi. Imamo dosta dobro opremljenu računalnu učionicu koja nam je svakodnevno dostupna. Sve su to velike prednosti o kojima većina drugih nastavnika može samo sanjati i bilo bi šteta ne iskoristiti ih.

Razred kojem predajem i matematiku i informatiku je prvi razred opće gimnazije. Broji 29 učenika koji nisu niti puno bolji niti puno lošiji matematičari od svojih kolega u sličnim školama, ali su svi jako dobri u radu s računalom. Ta činjenica navela me na pomisao da bih u nastavi informatike mogla naći prostora i za *GeoGebru* pa to kasnije iskoristiti za matematiku. Tako sam jedan blok-sat informatike utrošila na upoznavanje *GeoGebre* i privikavanje učenika na samostalan rad.

2. Stvaranje ideje

Nakon toga krenula sam u traženje sadržaja kojeg bi učenici mogli usvojiti samostalnim istraživanjem pomoću *GeoGebre*, uz uvjet da prati gradivo kojeg trenutno radimo – linearna funkcija. Za oko mi je zapeo jedan zadatak iz zbirke ("zeleni Dakić", str. 150., zad. 7.): **Zadatak.** Dokaži da je jednadžbom y = ax - a - 2 zadan skup svih pravaca koji prolaze točkom (1, -2) (osim okomice na os *x*).

- Izdvoji iz tog skupa pravac koji prolazi točkom A(3,3).
- 2. Izdvoji pravac paralelan s osi *x*.
- 3. Koji od pravaca iz tog skupa ima nultočku −1?
- **4.** Koji od pravaca iz toga skupa siječe os ordinata u točki (0, −3)?

Tipovi zadataka, gdje je potrebno ispitati ovisnost rješenja o zadanom parametru, učenicima su jedni od najtežih. Međutim, ako bi učenici prije rješavanja zadatka imali mogućnosti istražiti uz pomoć računala što taj parametar uopće znači, lakše bi razumjeli što se od njih traži. Kako ovu ideju uklopiti u projektni zadatak koji ne bi sam sebi bio svrhom, već bi njime učenici usvojili neka trajna znanja i sposobnosti? Pomoć sam potražila od "oca *GeoGebre* u Hrvata" Šime Šuljića i za dan-dva dobila do u detalje razrađen projektni zadatak koji naprosto vapi za učenicima koji će ga realizirati.

3. Projektni zadatak

Ciljevi.

- Razumjeti utjecaj koeficijenata u jednadžbi pravca oblika *y* = *ax* + *b* na njegov graf.
- Znati odrediti koeficijente jednadžbe iz postavljenog specifičnog određenja pravca.

- Razumjeti složenije zadatke iz zbirke i vježbati stvaranje zornih predodžbi.
- Kreirati nove zadatke.

I. dio – Istraži zadanu jednadžbu!

Projektni zadatak sastoji se od dva dijela. U prvom je dijelu zadatak učenika da uz pomoć računala te koristeći *GeoGebru* istraže onu jednadžbu iz udžbenika y = ax - a - 2, gdje je *a* realan broj. Za učenike je pripremljen radni list sa zadatkom, skicom te koracima konstrukcije, kako bi se što lakše pripremili za istraživanje i odgovaranje na pitanja.



Izvedba konstrukcije u GeoGebri.

- 1. Uključi koordinatnu mrežu: *Prikaz > Koordinatna mreža*;
- U Polje za unos upisati a = 1 <Enter>; desnim klikom miša na a u lijevom prozoru i uključi Pokaži objekt;
- **3.** U *Polje za unos* upisati *y* = *a* **x* − *a* − 2 <*Enter*>;
- Desnim klikom na pravac aktivirati skočni izbornik: Uključi trag;
- 5. Za dobivanje sjecišta s apscisom valja upisati u *Polje za unos* Sjecište[xOs, b] <*Enter>*, odnosno Sjecište[yOs, b] za sjecište s ordinatom; b je oznaka pravca (je li i na tvojoj konstrukciji?);
- 6. U Polje za unos upisati Mnogokut[A,B,(0,0)] <Enter>; program crta trokut i dobiva se iznos njegove površine u lijevom prozoru;
- 7. U Polje za unos upisati Udaljenost[b, (0,0)] <Enter>; dobiva se udaljenost pravca od ishodišta u lijevom prozoru; po želji se može i konstruirati pomoću alata u alatnoj traci;

 Pravac se može i zrcaliti preko koordinatnih osi. Naredba Zrcaljenje[b, xOs].

Upute.

Postavi program u način *Pomicanje* tj. klikni na alatku strelica, prvi gumb u alatnoj traci. Broj a mijenja se vučemo li mišem točku na klizaču ili kliknemo na broj pa tipkama + i – na tipkovnici. Za fine promjene broja a podesi na kartici *Svojstva* (desni klik na objekt) *Korak* u manji broj.

Brisanje tragova: Ctrl + F ili isključenje traga na skočnom izborniku ili kartici *Svojstva*.

Pitanja:

- Svi pravci određeni zadanom jednadžbom prolaze jednom točkom koordinatnog sustava. Kojom? ______.
- Kako glasi jednadžba onog pravca koji prolazi točkom A(3, 3)?
- 3. Kako glasi jednadžba onog koji je paralelan s apscisom?
- 4. Koji pravac iz tog skupa ima nultočku -1?
- 5. Koji pravac iz tog skupa siječe os ordinata u točki (0, -3)?
- 6. Koji pravci iz tog skupa s koordinatnim osima zatvaraju trokut površine 4?
- 7. Koji je pravac od ishodišta udaljen za 1?
- Pravac koji prolazi točkom (0, -1) zrcali se preko osi *x*. Kako glasi jednadžba zrcaljenog pravca?

II. dio - Kreiraj novi zadatak!

Nakon što učenici odgovore na sva pitanja, prelaze na drugi, glavni dio projektnog zadatka – po uzoru na prethodni primjer. Koristeći *GeoGebru* učenici trebaju osmisliti novi zadatak i nova potpitanja, te pripremiti i rješenja. Pri osmišljavanju potpitanja ne treba pretjerivati s originalnošću i težinom jer će te zadatke učenici kasnije rješavati na papiru bez pomoći računala. Osim uputa, Šime Šuljić je pripremio i primjerak zadatka te primjerak rješenja kakvo bi učenici trebali izraditi: Projektni zadatak iz matematike uz uporabu *GeoGebre* Ideja: *Šime Šuljić*

Radni list za učenike

Graf linearne funkcije

Tema: Jednadžba pravca.

Ciljevi

- Razumjeti utjecaj koeficijenata u jednadžbi pravca oblika y = ax + b na njegov graf.
- Znati odrediti koeficijente jednadžbe iz postavljenog specifičnog određenja pravca.
- Razumjeti složenije zadatke iz zbirke i vježbati stvaranje zornih predodžbi.
 - Kreirati nove zadatke.

I. dio

Zadano

Zadana je jednadžba y = ax - a - 2, gdje je *a* realan broj.



Izvedba konstrukcije u GeoGebri

Računalni program GeoGebra dostupan je na adresi www.geogebra.at kao besplatan softver.

- 1. Uključi koordinatnu mrežu: Prikaz > Koordinatna mreža
- U Polje za unos upisati a = 1 <Enter>; desnim klikom miša na a u lijevom prozoru i uključi Pokaži objekt
- 3. U *Polje za unos* upisati $y = a \cdot x a 2$ <Enter>
- 4. Desnim klikom na pravac aktivirati skočni izbornik: Uključi trag
- Za dobivanje sjecišta s apscisom valja upisati u *Polje za unos* Sjecište[xOs, b] <Enter>, odnosno Sjecište[yOs, b] za sjecište s ordinatom; b je oznaka pravca (je li i na tvojoj konstrukciji?)
- 6. U *Polje za unos* upisati **Mnogokut**[**A**, **B**, (0,0)] <Enter>; program crta trokut i dobiva se iznos njegove površine u lijevom prozoru
- 7. U *Polje za unos* upisati **Udaljenost[b, (0,0)]** <Enter>; dobiva se udaljenost pravca od ishodišta u lijevom prozoru; po želji se može i konstruirati pomoću alata u alatnoj traci.
- 8. Pravac se može i zrcaliti preko koordinatnih osi. Naredba Zrcaljenje[b, xOs].

Promjene parametra

Postavi program u način *Pomicanje* tj. klikni na alatku strelica, prvi gumb u alatnoj traci. Broj *a* mijenja se vučemo li mišem točku na klizaču ili kliknemo li na broj pa tipkama + i – na tipkovnici. Za fine promjene broja *a* podesi na kartici *Svojstva* (desni klik na objekt) *Korak* u manji broj. Projektni zadatak iz matematike uz uporabu GeoGebre

Radni list za učenike

Brisanje tragova: Ctrl + F ili isključenje traga na skočnom izborniku ili kartici Svojstva.

Pitanja

1. Svi pravci određeni zadanom jednadžbom prolaze jednom točkom koordinatnog sustava.

Kojom? _____

Ideja: Šime Šuljić

2. Kako glasi jednadžba onog pravca koji prolazi točkom A(3,3)?

3. Kako glasi jednadžba onog koji je paralelan s apscisom?

4. Koji pravac iz tog skupa ima nultočku -1?

5. Koji pravac iz tog skupa siječe os ordinata u točki (0,-3)?

6. Koji pravci iz tog skupa zatvaraju s koordinatnim osima trokut površine 4?

Koji je pravac od ishodišta udaljen za 1? _____

8. Pravac koji prolazi točkom (0,-1) zrcali se preko osi x. Kako glasi jednadžba zrcaljenog

pravca?

II. dio

Kreiraj novi zadatak!

Desnim klikom miša na pravac i naredbom Redefiniranje promijeni njegovu jednadžbu u ponešto drukčiji oblik npr. y = -a x + 4a. Mijenjaj parametar a i pokušaj sam(a) postaviti pet različitih potpitanja nalik ovima koje si dobio/la.

Napomena: ne treba pretjeravati s originalnošću i težinom jer se kasnije zahtijeva da se taj zadatak riješi bez pomoći računala.

Ispis novog zadatka

Novi zadatak treba biti ispisan pregledno na stranici formata A4, a iza svakog potpitanja ostavi dovoljno prostora za rješavanje. Umetni u taj dokument sliku praznog koordinatnog sustava s koordinatnom mrežom koji će služiti za skiciranje. Smanji GeoGebrin prozor na odgovarajuću veličinu i otvori izbornik Datoteka > Prijenos > Crtaća ploha u međuspremnik. Otvori Word dokument i zalijepi sliku u test.

Rješenja postavljenog zadatka

Na jednoj stranici pregledno ispiši grafička rješenja svih postavljenih pitanja. U tu svrhu treba koristiti GeoGebrinu crtaću plohu. Potrebno je prikazati jednadžbe, koordinate, duljine ili površinu pored objekta na crtaćoj plohi. U dijaloškom okviru Svojstva pojedinog objekta uključi opciju Vrijednost, umjesto Ime, pod stavkom Pokaži oznaku. Vodi računa o veličini, rasporedu i preglednosti umetnutih slika.

Upute.

Desnim klikom miša na pravac i naredbom *Redefiniranje* promijeni njegovu jednadžbu u ponešto drukčiji oblik npr. y = -ax + 4a. Mijenjaj parametar a i pokušaj sam(a) postaviti **pet** različitih potpitanja nalik ovima koje si dobio/la.

Ispis novog zadatka.

Novi zadatak treba biti ispisan pregledno na stranici formata A4, a iza svakog potpitanja ostavite dovoljno prostora za rješavanje. Umetnite u taj dokument sliku praznog koordinatnog sustava s koordinatnom mrežom koji će služiti za skiciranje. Smanjite *GeoGebrin* prozor na odgovarajuću veličinu i otvorite izbornik *Datoteka > Prijenos > Crtaća ploha u međuspremnik.* Otvorite *Word* dokument i zalijepite sliku u test.

Rješenja postavljenog zadatka.

Na jednoj stranici pregledno ispišite grafička rješenja svih postavljenih pitanja. U tu je svrhu potrebno koristiti *GeoGebrinu* crtaću plohu. Potrebno je prikazati jednadžbe, koordinate, duljine ili površinu pored objekta na crtaćoj plohi. U dijaloškom okviru *Svojstva* pojedinog objekta uključite opciju *Vrijednost*, umjesto *Ime*, pod stavkom *Pokaži oznaku*. Vodite računa o veličini, rasporedu i preglednosti umetnutih slika.

4. Realizacija

Realizacija ovog projektnog zadatka sastoji se od 3 etape:

- uvoda rješavanje zadatka za domaću zadaću ("pješice" na papiru);
- istraživanja u funkciji obrade korištenjem GeoGebre uz upute na radnom listu;
- ponavljanja i utvrđivanja rješavanje odabranog zadatka kojeg su osmislili učenici (ponovno "pješice").

Domaću zadaću riješilo je samo dvoje od 29 učenika. Ostali ili su započeli pa odustali ili uopće nisu razumjeli što se od njih traži. Moja pretpostavka je bila da će im projektni zadatak pomoći da shvate o čemu je riječ te da će slične zadatke ubuduće i "pješice" na papiru rješavati s manje poteškoća.

Za rješavanje projektnog zadatka na računalu predvidjela sam blok sat te po dvoje učenika za jednim računalom. Učenici su sami mogli birati s kim žele raditi. Prilikom rada došlo je i do nekih poteškoća koje smo usput nastojali razjasniti ili ih ukloniti. Zanimljivo je da korištenje programa i računala učenicima nije stvaralo nikakav problem (očito je da su upute bile dovoljno jasne). Poteškoće su bile više matematičke prirode – učenicima nije bilo jasno što moraju gledati. Neki nisu shvatili da trebaju samo uštimati rješenje te ga očitati. Zbog toga je prvi dio zadatka potrajao dulje nego sam planirala tako da su u drugom dijelu učenici stigli napraviti dokument sa zadacima, ali ne i s rješenjima (to su zapisali olovkom na papir). Međutim, jedan par stigao je napraviti čak i rješenja. Bila sam zadovoljna jer ću na idućem satu imati što ponuditi za nastavak. Na kraju sata ponovno sam zadala domaću zadaću - riješiti "pješice" staru domaću zadaću do kraja (zad. 1. - 5.) te riješiti još zadatke 6. - 8. s radnog lista.

Na idućem nastavnom satu učenici su "pješice" samostalno rješavali zadatak kojeg je osmislila i pripremila jedna od skupina. Još uvijek je bilo dosta učenika koji zadani zadatak nisu znali riješiti "pješice", ali zbog nekolicine koja je pokazala napredak u odnosu na prvu domaću zadaću, mislim da se isplatilo raditi na ovakav način.

5. Praćenje i ocjenjivanje

Kako bi učenici ozbiljnije shvatili rad na projektnom zadatku, prije početka sam najavila da ću pratiti svaki korak u provedbi projekta te na kraju izvesti konačnu ocjenu. Tako sam za svakog učenika pratila:

Matematika i škola

- da li je riješio/la domaću zadaću koja je prethodila radu na projektnom zadatku te koliko potpitanja je riješio/la;
- kako se snašao/la pri istraživanju zadanog pravca iz prvog dijela projektnog zadatka te na koliko pitanja je točno odgovorio/la;
- kako se snašao/la pri kreiranju novog zadatka, istraživanju i sastavljanju novih pitanja te očitavanju odgovora;
- da li je dovršio/la staru domaću zadaću te riješio/la još zadatke 6. – 8. s radnog lista "pješice";
- kako je "pješke" riješio/la učenički primjerak zadatka.

Na prvi pogled čini se jako puno posla oko ovog praćenja. Da bi olakšala taj dio posla, unaprijed sam si pripremila tablicu s popisom učenika te koracima provedbe projektnog zadatka u koju sam zatim bilježila primjedbe, bodove, ocjene za svakog učenika.

Možda je najzanimljivije istaknuti da su lošijim ocjenama ocijenjeni oni elementi gdje se zahtijevalo rješavanje "pješice", dok su učenici iz samog rada na računalu dobivali bolje ocjene. U prvom dijelu projektnog zadatka samo su dvije skupine djelomično odgovorile na pitanja 1. - 8. dok su svi ostali ili dali sve točne odgovore ili imali pokoju grešku. Pri sastavljanju novog zadatka bilo je više poteškoća. Neki se učenici nisu snašli pa su izbrisali cijelu konstrukciju početnog zadatka umjesto da su koristili naredbu *Redefiniranje* (mada je čak i to navedeno u uputama). Većini učenika bila je potrebna pomoć oko ubacivanja praznog koordinatnog sustava u *Word* dokument. Pojedine skupine nisu shvatile da jednadžba, koju su osmislili, nije jednadžba jednog pravca već to predstavlja pramen pravaca, odnosno da bi iz pramena izdvojili jedan pravac, bilo je potrebno postaviti neki uvjet na njega.

Na kraju smo dobili 13 gotovih radova zapisanih u *Wordu*. Kriteriji i način ocjenjivanja prikazani su u donjoj tablici.

I tako, praćenjem izrade domaćih zadaća, odgovaranjem na pitanja, istraživanjem uz pomoć *GeoGebre*, izradom novog zadatka, te rješavanjem tog novog zadatka "pješice" izvedena je konačna ocjena za svakog učenika.

DISTRIBUCIJA KONAČNIH OCJENA



ocjena	kriterij	broj radova	zapažanja
5	pet pitanja precizno i smisleno formuli- rana, postoji koordinatni sustav za skici- ranje, po mogućnosti navedena i rješenja	3	učenici u potpunosti shvatili zadatak i smisao zadane jednadžbe, izvrsno shva- tili način istraživanja u <i>GeoGebri</i>
4	nedostaje koordinatni sustav za skici- ranje ili nedostaju 1–2 pitanja ili je postavljeno pitanje koje nema smisla	6	i ovi učenici su shvatili smisao jednadž- be, ali nisu stigli završiti zadatak; tu je bilo dosta učenika s inače slabijim ocjenama iz matematike
3	samo 2 smislena pitanja, postavljeno više pitanja koja nemaju smisla	3	jedan je rad od inače boljih učenika koji su htjeli biti originalni pa su dali čak više pitanja koja nemaju smisla, to zna- či da nisu koristili istraživanje pomoću <i>GeoGebre</i> na pravi način
2	početna jednadžba dobro osmišljena, ali jedva da koje pitanje ima smisla	1	učenici nisu shvatili što znači jednadžba koju su sami zadali

6. Idući put

Obzirom da je ovo bio prvi pokušaj uvođenja projektnog zadatka ovog tipa u nastavu matematike, mislim da bi idući put mogla dobiti još bolje rezultate uz neke izmjene:

- Za pripremu i realizaciju projekta utrošila sam 2 sata informatike za upoznavanje s programom *GeoGebra*, 2 sata matematike za rad u informatičkoj učionici + 1 sat za rješavanje zadataka kojeg su učenici osmislili te raspravu o različitim pristupima rješavanju. Mislim da bi bilo korisnije ona dva sata informatike podijeliti na 1 sat upoznavanja s *GeoGebrom* te još jedan sat za dovršenje projektnog zadatka kako bi sve skupine stigle pripremiti 5 dobrih pitanja, te rješenja prikazanih slikom.
- Bez obzira koliko nam se upute činile jasnima, učenicima možda neće biti. Zbog toga treba obavezno na raspolaganju imati projektor i problem na kojeg nailazi većina učenika razjasniti frontalno, umjesto da se previše vremena gubi obilazeći skupinu po skupinu.
- Rješavanje učeničkog primjera zadatka treba organizirati u paru ili skupinama, a ne individualno jer zajednički će možda brže i lakše doći do rješenja.

7. Zadatak koji su osmislili učenici

Graf linearne funkcije

Zadan je skup pravaca određen jednadžbom y = ax - 4 + a, gdje je *a* realni broj.

- Odredi točku kojom prolaze svi pravci određeni zadanom jednadžbom.
- 2. Kako glasi jednadžba onog pravca koji prolazi točkom *A*(2, 5)?
- **3.** Koji pravac iz tog skupa ima nultočku -3?
- Kako glasi jednadžba onog pravca koji je paralelan s osi apscisa?

 Pravac koji prolazi točkom (0, -3) zrcali se preko osi x. Kako glasi jednadžba zrcaljenog pravca?

Rješenja.

1. Tražena točka je T(-1, -4)



2. y = 3x - 1



3. y = -2x - 6



Matematika i škola





5. y = -x + 3



Zadatke osmislile i rješenja pripremile: Mia Gredelj, Mateja Majetić, Kristina Žganjer, 1c razred, Srednja škola Čazma

8. Rezultati ankete o rješavanju zadataka za domaću zadaću

1. Jesi li napisao/la domaću zadaću?



2. Ako je tvoj odgovor DA, kako si to uspio/la?

Odmah sam razumio/jela što se u zadatku traži.	1 učenik
Dosta sam se mučio/la i na kraju uspio/jela.	0
Uz pomoć neke druge osobe.	1 učenik
Uz pomoć GeoGebre.	0



3. Ako je tvoj odgovor DJELOMIČNO, zbog čega nisi riješio/la sve zadatke?

Nisam dalje znao/la.	6 učenika
Nije mi se dalo "dublje" razmi- šljati da riješim sve.	1 učenik
Nisam imao/la vremena za više razmišljanja.	2 učenika
Počeo/la sam rješavati samo da nešto imam u bilježnici.	2 učenika

Nisam dalje znao/la.
Nije mi se dalo "dublje" razmišljati da riješim sve.

☐ Nisam imao/la vremena za više razmišljanja.

□Počeo/la sam rješavati samo da nešto imam u bilježnici.

10 -	 				
	6				
5 -		ı			
		1	2	2	
0 -		_			

4. Ako je tvoj odgovor NE, zašto?

Pogledao/la sam zadatak i odus- tao/la jer nisam razumio.	7 učenika
Nisam zadatak niti pogledao/la.	5 učenika
Ne razumijem ovo gradivo.	3 učenika
Ni inače ne pišem domaće zadaće.	1 učenik

Nastavak na str. 26.

Miš godina VIII., br. 36, 2006.



9. Zaključci

Učenici vrlo često ne znaju s razumijevanjem pročitati što se od njih traži, odnosno odustaju kad god treba uložiti neki dodatni napor. Zadatke u kojima uoče riječi *parametar* ili *dokaži* ne trude se razumjeti (primjer domaće zadaće). Također nisu navikli na čitanje uputa za rad računalom (primjer *redefiniranja*).

Unatoč rješavanju projektnog zadatka te korištenju računala i *GeoGebre*, veći se dio učenika i dalje nije snašao u rješavanju zadataka "pješice". To sam očito krivo pretpostavila i mislim da bi rezultat bio bolji da su učenici imali priliku odraditi taj dio u paru ili skupini umjesto samostalnog rada. Također smatram da bi rad na ovakvim projektnim zadacima bio uspješniji kada bi učenici u svim predmetima bili naviknuti na čitanje, razumijevanje, uspoređivanje, rješavanje problema umjesto što su naviknuti na stjecanje enciklopedijskog znanja.

Ovaj projekt baca novo svjetlo na način razmišljanja učenika te mi ukazuje na dva bitno različita metodička pristupa gradivu analitičke geometrije. Vrlo je interesantan način kojim su pojedini učenici nakon projektnog zadatka u *GeoGebri* riješili zadatke "pješice". Najbolje ću to prikazati na jednom konkretnom primjeru. Zadatak je bio da iz skupa pravaca y = ax - 4 + a odrede onaj koji ima nultočku -3. Očekivala sam da će oni to riješiti onako kako bih ja to riješila – točku (-3, 0) uvrstiti i riješiti jednadžbu po *a*. Međutim, pod utjecajem zornog prikaza u *GeoGebri* učenici su prvo našli točku kroz koju prolaze svi pravci zadanog pramena i to tako da su odabrali dva pravca iz tog skupa i grafički odredili sjecište, a zatim su *uštimali* i nacrtali traženi pravac kroz sjecište i nultočku, te njegovu jednadžbu očitali sa skice pomoću odsječka i koeficijenta smjera.

Dakle, učenici su ovom problemu pristupili geometrijski, dok mi profesori razmišljamo analitički. Smatram da je ova spoznaja ključno otkriće nakon provedenog projektnog zadatka. Tako se na satu stvorila idealna situacija za raspravu o različitim pristupima rješavanja ovakvih problema. Prvo smo svim učenicima u razredu prezentirali rješenja do kojih su došli njihovi kolege iz razreda, a zatim sam im prezentirala moj način razmišljanja i moje rješenje. Zajednički smo usporedili rješenja, način razmišljanja i zapisivanja postupaka rješavanja. Zaključili smo da im je geometrijsko rješenje jasnije, ali zahtijeva više koraka pa je i više pisanja, skiciranja i sl., dok je analitičko rješenje puno brže i elegantnije, no nekima teže za shvatiti jer zahtijeva viši stupanj apstrakcije. Tako su učenici uvidjeli prednosti analitičkog načina razmišljanja, a uz pomoć geometrije shvatili su o čemu se doista radi. Tko zna, da nije bilo ovakvog pristupa, možda bi cijela priča ostala na pukom štrebetanju algoritama i glumljenju znanja.

Za kraj jedno razmišljanje Sonje Banić nakon što sam svoja iskustva podijelila s kolegama na diskusijskoj listi http://groups.yahoo.com /group/nastava-matematike: Ova priča dobro opisuje ono što sam očekivala da ću naučiti na metodici nastave matematike na fakultetu. Ili što očekujem od (nepostojećeg) poslijediplomskog. Ali toga na mojoj metodici uopće nije bilo. Polako dolazim do sličnih spoznaja, ali stalno imam osjećaj da otkrivam toplu vodu – polako učeći na greškama i slučajnostima dolazim do spoznaja do kojih je netko već došao i koje bi zapravo trebala naučiti iz nekih knjiga koje ja nemam i za koje ne znam. I stalno mi nedostaju takve stvari.