

Simulacija utjecaja vjetra na kretanje aviona

Šime Šuljić, Pazin

GeoGebra je doista lijepa, jednostavna, intuitivna za uporabu i može biti velika pomoć u školi, kaže profesor mančesterskog sveučilišta **Alexandre Borovik** u svom blogu *Matematika pod mikroskopom* (<http://www.maths.manchester.ac.uk/~avb>). S druge strane *GeoGebra*, sama po sebi, bez matematike, prilično je siromašan alat i onoga koji matematiku ne zna neće previše oduševiti. U ovom članku ćemo na dva primjera pokazati kako se s malo matematike postižu dojmljivi efekti.

Alati

Nastavna cjelina *Vektori* bilo ona srednjoškolska ili osnovnoškolska naprsto vapi za demonstracijom uz pomoć računala. Za crtanje vektora u *GeoGebri* stoje na raspolaganju dva gumba alatne trake:



Vektor između dviju točaka. Treba kliknuti na jednu, a zatim na drugu točku. Može se kliknuti i bilo gdje na crtaču plohu da se dobiju nove točke.

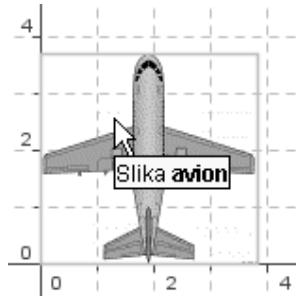


Vektor iz točke. Potrebno je kliknuti na već postojeći vektor u pa na neku točku. Dobije se vektor v , jednak vektoru u , s hrvatištem u odabranoj točki.

Naredbe iz polja za unos

1. **Vektor[A, B]** — daje vektor između točaka A i B .
2. **Vektor[A]** — daje vektor položaja točke A , vektor s hrvatištem u ishodištu koordinatnog sustava.

3. **JediničniVektor[u]** — daje vektor duljine 1, koji ima smjer i orientaciju kao i vektor u .
4. **OkomitiVektor[u]** — daje vektor jednake duljine kao i vektor u , zakrenut za 90° u pozitivnom geometrijskom smjeru u odnosu na vektor u .
5. **JediničniOkomitiVektor[u]** — daje vektor duljine 1 okomit na vektor u .



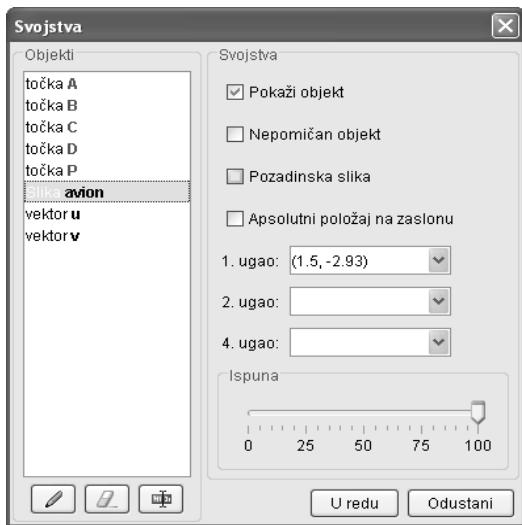
I operacije s vektorima idu iz *polja za unos*. Ako su zadani vektori u i v , jednostavno se upiše $u + v$, $u - v$ ili $2u + 3v$ itd.

Zorni primjer zbroja

U stvarnosti postoje tijela čije se gibanje odvija po putanji koja je rezultanta djelovanja dviju sila. Recimo brod ili avion. Umetnite u *GeoGebrinu* crtaču plohu sličicu aviona. Ovdje su važne relativne dimenzije sličice u odnosu na jediničnu dužinu koordinatnog sustava. Njih bi se moglo izračunati iz dimenzija sličice izraženih u točkicama, ali i jednostavnim umetanjem i označavanjem sličice u *GeoGebrinom* koordinatnom sustavu, kako je to

prikazano na slici. To je potrebno stoga što želimo da nam položaj aviona prati smjer i orientaciju vektora koji predstavljaju brzinu aviona. Nacrtajte dva vektora. Recimo da vektor u predstavlja brzinu aviona, a vektor v brzinu vjetra. Neka P bude točka od koje će polaziti avion.

Upravljanje sličicom



Umetnuta se sličica može pomicati, ali ne i zakretati. Njezino zakretanje regulira se kroz polja za uglove slike na kartici *svojstva*. Potrebno je vezati tri ugla slike za vektor v , ali tako da se sličica ne izobličuje, odnosna da čuva svoje dimenzije. Ovaj ćemo problem riješiti baš vektorski. Kliknite desnom tipkom miša na umetnutu sličicu da biste otvorili karticu *svojstva*.

1. ugao slike (lijevi donji) možete vezati na točku P , ali će biti puno bolje ako se samo polazište P nađe točno na sredini donje stranice sličice, to jest ispod samog repa aviona. Da bismo to postigli potrebno je napraviti odmak za ulijevo pola širine sličice. Definirajte točku T kroz *polje za unos* na dnu prozora programa ovako:

$$T = P + 1.9 \text{ JediničniOkomitVektor}[u],$$

gdje je 1.9 polovina širine sličice. Zatim u kartici *svojstva* slike u prvo polje upišite T .

2. ugao slike (desni donji). Potrebno je upisati:

$$T - 3.8 \text{ JediničniOkomitVektor}[u],$$

što daje odmak udesno za širinu slike s obzirom na orientaciju vektora u .

4. ugao slike (lijevi gornji). Upišite:

$$T + 3.7 \text{ JediničniVektor}[u],$$

što znači da se radi o pomaku za visinu slike za vektor u . Mijenjajte sada smjer vektora u i to se mora odraziti na smjer glavne osi aviona.

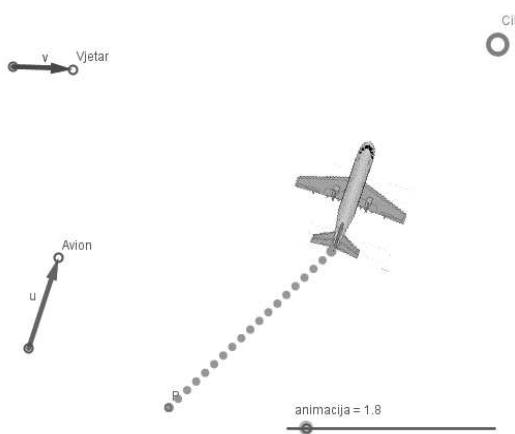
Animacija

Definirajte klizač koji će služiti za pokretanje aviona. Nazovite ga *animacija*. Avion bi se morao gibati po rezultanti koju daju vektori u i v . Definirani klizač *animacija* je zapravo broj (skalar) i može ga se množiti s vektorom $u + v$. Položaj točke T može se vezati na taj umnožak. Redefinirajte točku T :

$$T = P + 1.9 \text{ JediničniOkomitVektor}[u]$$

$$+ \text{animacija} (u + v).$$

Pomicanjem klizača avion će se kretati. Još ako pri repu aviona konstruiramo točku, koja će puštati trag, eto nam mlažnjaka! Izrađenu datoteku i sličicu možete preuzeti na *GeoGebrinom skladištu datoteka* (<http://www.geogebra.org/en/upload>) u mapi hrvatski/ vektori. Ugodnu zabavu vašim učenicima!



sime.suljic@pu.htnet.hr