Matematičko -logičke igre

Berislav Devčić, Zagreb

Već više od deset godina u Belgiji se, pored natjecanja u matematici, održavaju i matematičko-logičke igre. Organizator igara je SBPMef (Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expresion française – Belgijsko društvo profesora matematike francuskog govornog područja).

Natjecanje je podijeljeno u tri etape: četvrt-finale (dopisno), polufinale i finale. Najbolji u finalu odlaze na veliko finale u Pariz gdje dolaze najbolji iz Francuske, Belgije, Švicarske, Luxemburga i drugih zemalja gdje se koristi ili zna francuski jezik (Rumunjska,. . .).

Zadaci su, kako i naziv igara sugerira, matematičko-logičkog tipa. Za pojedine zadatke potrebno je matematičko znanje, ali za rješavanje većine zadataka potrebna je intuicija i logičko zaključivanje.

Natjecatelji su podijeljeni u 7 kategorija:

1. 4. i 5. razred osnovne škole;
2. 6. i 7. razred osnovne škole;
3. 8. razred osnovne škole i 1. razred srednje škole;
4. 2., 3. i 4. razred srednje škole;
5. odrasli, ali ne studenti i fakultetski obrazovani ljudi;
6. studenti;
7. fakultetski obrazovani ljudi.

U svakoj etapi natjecanja ima 16 zadataka (problema) i ovisno o kategoriji natjecatelji rješavaju probleme njima namijenjene i to:

1. kategorija — zadaci od 1. do 6.;
2. kategorija — zadaci od 3. do 9.;
3. kategorija — zadaci od 5. do 11.;
4. kategorija — zadaci od 5. do 14.;
5. kategorija — zadaci od 5. do 14.;
6. kategorija — zadaci od 5. do 16.;
7. kategorija — zadaci od 5. do 16.

Maksimalno vrijeme za rješavanje je 3 sata (za kategorije 4., 5., 6. i 7.). Bilježi se i vrijeme predaje rješenja, tj. vrijeme za koje je natjecatelj riješio probleme. Ukoliko više natjecatelja ima jednak broj točnih rješenja, bolji je onaj koji je za rješavanje potrošio manje vremena. Rješenja se upisuju u pripremljene formulare koji olakšavaju ispravljanje rezultata.

Za kraj, riješit ćemo jedan problem s četvrtfinala 9. matematičko logičkih igara iz Belgije 1996. godine.

Problem. Denis voli čitati enciklopediju. Jednog dana nasumce ju je otvorio. Redni brojevi stranica koje je otvorio su dva troznamenkasta broja. Redni broj lijeve strane je, naravno, parni broj. Za zapis ta dva redna broja upotrebljena su tri različita uzastopna prirodna broja od kojih je jedan upotrebljen tri puta, jedan dva puta i jedan jedanput. Zbroj tih šest brojeva, koji čine redne brojeve stranica je 25.

Koji je redni broj lijeve stranice? Je li rješenje jedinstveno?

Rješenje. Tri uzastopna prirodna broja zapišimo kao n, $n+1$, $n+2$.

Imamo sljedećih šest mogućnosti:

1) $n+2(n+1)+3(n+2)=25$;
2) $n+3(n+1)+2(n+2)=25$;
3) $2n+(n+1)+3(n+2)=25$;
4) $2n+3(n+1)+(n+2)=25$;
5) $3n+(n+1)+2(n+2)=25$;
6) $3n+2(n+1)+(n+2)=25$.

Jednadžbe 1), 4), 5) i 6) nemaju cjelobrojnih rješenja.

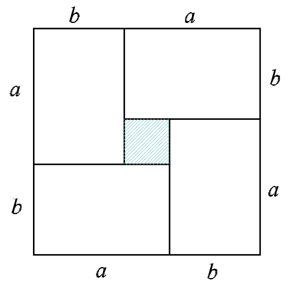
U slučaju 2) je $n=3$, ali znamenkama 3, 4, 4, 4, 5, 5 ne možemo zapisati dva uzastopna troznamenkasta broja od kojih je manji paran.

Preostaje još mogućnost 3) kada je $n=3$ a znamenke su 3, 3, 4, 5, 5, 5. Tada imamo dva rješenja: redni broj lijeve stranice je 354, desne 355, ili, drugo rješenje, kada je lijevo broj 534, desno 535.

DVA GEOMETRIJSKA DOKAZA AG NEJEDNAKOSTI

Nejednakost aritmetičke i geometrijske sredine jedna je od najjednostavnijih i najvažnijih algebarskih nejednakosti.

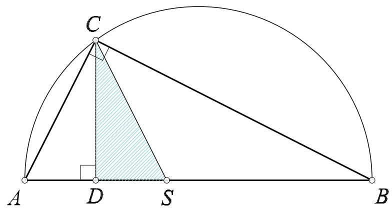
Evo dvaju sasvim jednostavnih dokaza utemeljenih na geometrijskoj predodžbi:



$$(a+b)^2 \geq 4ab,$$

odatle izravno slijedi

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$



$$|AD| = a, \quad |BD| = b;$$
$$|CD| \leq |CS|;$$
$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}.$$

Matematika *nije težak, ali je osvetoljubiv predmet, jer se nedostaci i praznine iz nižih razreda ne mogu prikriti već izbijaju na vidjelo u višim razredima i onda sve izgleda tako teško i nesavladivo.*

Pater Ivan Hang, prof.,
Isusovačka klasična gimnazija u Osijeku