

Petak 13., sretan ili nesretan dan?

Željko Hanjš, Zagreb



Vjerojatno ste mnogo puta čuli nekoga da kaže: “Danas je petak 13., nesretan dan.” Za skoro svakog čovjeka to je samo šala, ali za neke je ozbiljno upozorenje. Oni, možda, neće izlaziti iz svojih kuća, ili pak će biti izuzetno pažljivi tokom cijelog dana. Dana 13. listopada, 2000. neki studenti s našeg fakulteta nisu se taj dan usudili izaći na ispit. Ponekad smo se, svakako, upitali:

- *Mora li se svake godine pojaviti barem jedan “petak 13.”?*
- *Koliko najviše može biti “petaka 13.” tokom godine?*
- *Kada će se to prvi put desiti u budućnosti?*

Promatrat ćemo ova pitanja kao matematički problem iz teorije brojeva, točnije, iz područja kongruencija. Ovdje ćemo promatrati kongruencije modulo 7. Pridružimo nedjelji broj 0, ponedjeljku 1, utorku 2, srijedi 3, četvrtku 4, petku 5 i suboti 6. Reći ćemo, npr. “dan 5” za petak, ili “dan 16” za utorak, jer je $16 \equiv 2 \pmod{7}$. Neka je prvi dan u godini a , $a = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ili 6. Tada se dan 13. tokom dvanaest mjeseci pojavljuje danima kako je to prikazano u tabeli 1.

mjesec	dan kada pada 13.	
	neprijestupna godina	prijestupna godina
siječanj	$a + 5$	$a + 5$
veljača	$a + 1$	$a + 1$
ožujak	$a + 1$	$a + 2$
travanj	$a + 4$	$a + 5$
svibanj	$a + 6$	a
lipanj	$a + 2$	$a + 3$
srpanj	$a + 4$	$a + 5$
kolovoz	a	$a + 1$
rujan	$a + 3$	$a + 4$
listopad	$a + 5$	$a + 6$
studen	$a + 1$	$a + 2$
prosinac	$a + 3$	$a + 4$

Tabela 1.

Koliko puta se pojavljuje petak 13. u mjesecima tokom godine može se vidjeti u tabeli 1. To ovisi o broju a kako je prikazano u tabeli 2. Prema tabeli 2, postoji bar jedan 13. petak svake (kalendarske) godine, pri čemu ih može biti najviše tri tokom godine (u veljači, ožujku i studenom ako godina nije prijestupna i ako je prvi dan u godini četvrtak, odnosno u siječnju, travnju i srpnju ako

je godina prijestupna i prvi dan u godini je nedjelja).

a	broj petaka 13. u godini	
	nepriestupna godina	priestupna godina
0	2	3
1	2	2
2	2	1
3	1	2
4	3	2
5	1	1
6	1	1

Tabela 2.

Ako je 1. siječnja nepriestupne godine y bio "dan a ", tada će 1. siječnja godine $y + 1$ biti "dan $a + 1$ ", ako godina nije bila priestupna, odnosno "dan $a + 2$ " u drugom slučaju. Kako je 1. siječnja 2000. bila subota, možemo lako konstruirati tabelu 3.

1. siječnja je dan = a . Broj 13. petaka u godini je = n . P = priestupna godina.

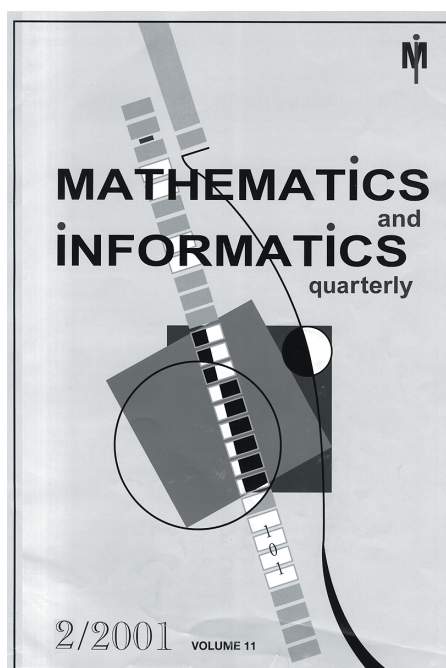
godina	a	n	godina	a	n
2000	6	1	2014	3	1
2001	1	2	2015	4	3
2002	2	2	2016	5	1
2003	3	1	2017	0	2
2004	4	2	2018	1	2
2005	6	1	2019	2	2
2006	0	2	2020	3	2
2007	1	2	2021	5	1
2008	2	1	2022	6	1
2009	4	3	2023	0	2
2010	5	1	2024	1	2
2011	6	1	2025	3	1
2012	0	3	2026	4	3
2013	2	2	2027	5	1

Tabela 3.

Iz tabele 3. vidimo da će se u sljedeće četiri godine, 2009, 2012, 2015 i 2026, pojaviti tri "petka 13." Ako je $1901 \leq y \leq 2099$,

tada će y biti priestupna godina ako i samo ako je y djeljivo s 4. Prema tome, ako je $1901 < x < y < 2099$ i $x \equiv y \pmod{28}$, tada se svakog datuma u godini x pojavljuje isti dan u tjednu kao i u godini y tog istog datuma. Prema tome, posljednje četiri godine s tri "petka 13." su bile: 1981, 1984, 1987, 1998. Dakle, tokom svakog perioda od 28 godina bit će točno četiri godine s tri "petka 13.", i ukupno 48 "petaka 13."

Članak je objavljen u časopisu *Mathematics and Informatics Quarterly*, **11**(2), 2001.



Ovo je 13. broj **MŠ-a!**

Ajoj!