S π na kavu!

Mala i vrlo zanimljiva knjige Davida Blatnera, The Joy of π, otkriva na neobičan način o broju π sve što ste oduvijek htjeli znati, a niste se usudili pitati!

Sandra Gračan, Zagreb

Što je π?

O broju π razgovaraju matematičar, fizičar i inženjer.

Matematičar: "Pi je broj koji predstavlja omjer opsega i promjera kruga."

Fizičar: "Pi je 3.1415927 ± 0.0000001."

Inženjer: "Pi je oko 3."

Vrlo vjerojatno ćete na postavljeno pitanje dobiti jedan od gornjih odgovora, eventualno će oni "manje upućeni" reći: "...paaa, ima neke veze s krugom...".

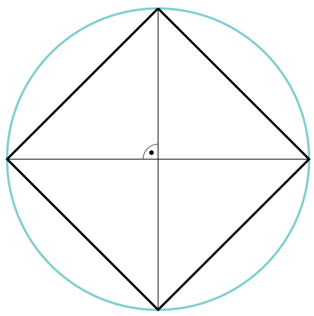
Već uz pomoć limenke i komadića uzice lako se može vidjeti kako je opseg kruga nešto više od tri puta veći od promjera. Ako imate dobro metalno ravnalo koje mjeri desetinke milimetara, izmjerit ćete 3.1415, a ukoliko poznajete neku od metoda računanja razlomaka, dobijete 3.141592653. Ali, možete se ubiti od računanja, izmišljajući sve bolje i bolje tehnike mjerenja i računanja, pa ipak, nikad nećete pronaći točnu vrijednost. Mnogi matematičari potrošili su godine i godine svojih života i rada kako bi izračunali što više decimalnih znamenki broja π. Spomenimo neke od njih, samo površno dodirujući matematičku bit njihovih ideja!

U početku bijaše krug...

Nemoguće je utvrditi kada je čovjek shvatio da se povećanjem kruga omjer opsega i promjera ne mijenja te da površina kruga ovisi o tom omjeru.

Pronalazeći ga svugdje u prirodi, gledajući na primjer puni mjesec ili promatrajući kapljice kiše na površini mora, čak i prije početka civilizacije ljudi su crtali krugove. Ubrzo zatim gradili su svoje domove i hramove u obliku kruga.

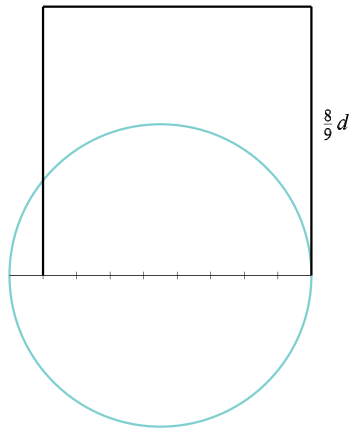
A onda čovjek stvori kvadrat! Skoro jednako savršen, s četiri jednake stranice i četiri prava kuta, kvadrat je od najranije povijesti bio suprotnost krugu. Više ne živimo u kružnim domovima, draži su nam strogo definirani zidovi i kutovi naših modernih stanova (pozdrav Nataši). Krug je postao simbol neizmjerljivog, beskonačnog, mističnog i božanski savršenog, a kvadrat upućuje na konačno, izmjerljivo, poznato i nekako ljudski savršeno.



Dva tako suprotna, pa ipak međusobno čvrsto povezana lika! Kvadrat ćete najjednostavnije dobiti upravo iz kruga: povucite dva međusobno okomita pravca kroz središte kruga; njihov presjek s kružnicom čini vrhove kvadrata! I tako, mic po mic (ili da kažem miš po miš), eto nas kod jednog od najstarijih matematičkih problema — konstruirati (ravnalom i šestarom) kvadrat površine jednake površini kruga. Mnogima je i dan danas neshvatljivo da jedan tako jednostavan zadatak zapravo nema rješenja. Povijest računanja broja π i započinje kao pokušaj rješavanja tog problema.

Praktični Egipćani

Rhindov papirus, pronađen je u Egiptu 1650. godine prije Krista. Egipćani su željeli pronaći vezu između kruga i kvadrata kako bi mjerili posjede ili gradili hramove. Rhindov papirus je prvi pisani pokušaj rješavanja problema kvadrature kruga. Evo kako ga rješava Ahmes, autor papirusa: "Odreži $\frac{1}{9}$ od promjera kruga i nad ostatkom konstruiraj kvadrat; on ima površinu jednaku površini kruga."



Iako Egipćane famozni omjer, koji je svoje ime π dobio tek 3000 godina kasnije, uopće nije zanimao, iz zapisa proizlazi kako je on jednak $\dfrac{256}{81}$ ili 3.16049... — prilično točno, s obzirom na vrijeme, zar ne?

Pametni Grci

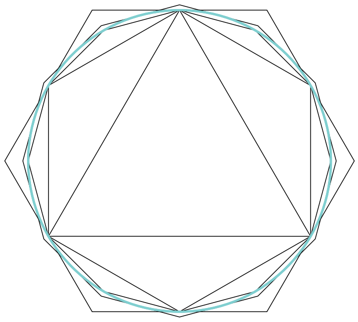
Izmjeriti krug ozbiljnije su poželjeli tek stari Grci 1000 godina kasnije, u 4. stoljeću prije Krista. Iz Plutarhovih zapisa saznajemo da je Anaksagora iz Klazomene 434. g. prije Krista razvio metodu crtanja kvadrata površine jednake površini kruga, no, baš zgodno, ne saznajemo kako!

I dok Babilonci i rani Židovi za omjer opsega i promjera kruga koriste jednostavno broj 3, Antifont i Brajson iz Herakleje, obojica Sokratovi suvremenici, pokušali su oko 430. godine prije Krista izračunati površinu kruga rabeći fantastičnu novu ideju: princip iscrpljivanja. Antifont je, krenuvši od pravilnog šesterokuta i zatim udvostručujući broj stranica i upisujući ih u krug, računao njihove površine. Svaka iduća površina bila je sve bliža površini kruga! Zatim je Brajson učinio još jedan revolucionarni korak: računao je površine krugu upisanih i opisanih pravilnih poligona shvativši kako je površina kruga negdje između. Po prvi puta rezultat je dobiven korištenjem gornjih i donjih ograda.

Njihovu ideju preuzeo je 200 godina kasnije, čuveni Arhimed iz Sirakuze (287. g. prije Krista – 212. g. prije Krista). Međutim, on se usredotočio na računanje opsega upisanih i opisanih poligona umjesto na njihove površine. Krećući također od pravilnog šesterokuta i četiri puta udvostručujući broj stranica, stigavši tako do 96-erokuta, Arhimed dobiva sljedeću ocjenu:

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}.$$

Kad bismo izračunali prosjek (aritmetičku sredinu) tih dviju ograda, dobili bismo 3.14185, vrijednost točnu do na deset tisućinki! Arhimedova preciznost je zadivljujuća pogotovo ako uzmemo u obzir da nije poznavao simbol za nulu niti decimalni zapis.



Nije poznato je li Apolonije iz Perga ili sam Arhimed izračunao donju ogradu na $\frac{211875}{67441} \approx 3.1416$, no tek je 200 godina kasnije čuveni astronom Klaudije Ptolemej ustvrdio da omjer iznosi $3°8'30''$, odnosno $3 + \frac{8}{60} + \frac{30}{3600} \approx 3.14166667$.

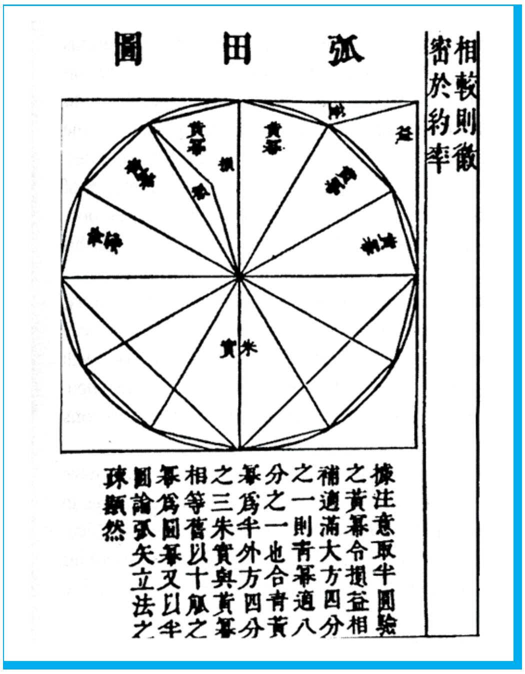
A što kažu Rimljani?

Na vrhuncu moći svog carstva (27. g. prije Krista – 476. g.) Rimljani su tvrdoglavo koristili $3\frac{1}{8}$ za π, iako su znali da je $3\frac{1}{7}$ točnija vrijednost. Razlog je bio vrlo jednostavan: lakše je raditi sa $\frac{1}{8}$ (polovica polovice od polovice). Čak je njihovo pravilo za kvadraturu kruga glasilo: podijeli kružnicu na četiri jednaka dijela i nad jednom četvrtinom konstruiraj kvadrat. Površine će biti jednake! To bi značilo da je $\pi = 4$. S tom činjenicom zaista je nevjerojatno kako su izgradili svoje carstvo!

Kosooki π

I Kinezi su početkom 12. stoljeća prije Krista kao omjer koristili broj 3, a ni u idućih 1000 godina nisu potražili bolju vrijednost. Tek početkom drugog stoljeća, Chang Hong, carski ministar i astrolog zapisao je: (opseg kruga)^2 :(opseg tom krugu opisanog kvadrata)$^2 = \frac{5}{8}$. Uzmete li kružnicu promjera 1, lako možete izračunati da je $\frac{\pi^2}{16} = \frac{5}{8}$ iz čega dalje slijedi da je $\pi = \sqrt{10}$ (oko 3.162).

$\sqrt{10}$ postao je najpopularnija aproksimacija za π u čitavoj Aziji, iako je daleko



od točne vrijednosti. Kad biste pokušali sagraditi kružnu zgradu promjera 15 metara, pogriješili biste u mjerenju opsega za 30 cm, a u mjerenju površine za više od 1.1 kvadratnog metra!

U trećem stoljeću najprije je Kinez Wang Fan zapisao: "Ako je opseg kruga 142, promjer mu je 45", što znači da za π rabi broj 3.1555... Zatim kineski matematičar Liu Hui, 650 godina nakon Antifonta i Brajsona iz Grčke, otkriva istu metodu i počinje računati. 263. godine objavljuje knjigu opisujući svoju metodu iscrpljivanja. Upisujući poligon sa 192 stranice u krug, ocjenjuje da π leži između 3.141024 i 3.142704. Kasnije, rabeći poligon sa 3072 stranice procjenjuje omjer na 3.1416.

No, prava slava pripada velikom astronomu petog stoljeća, Tsu Ch'ungchihu i njegovu sinu. Upisujući u krug poligone, od šesterokuta sve do poligona s 24576 stranica(!), zaključuje da je π približno $\frac{355}{113}$ (oko 3.1415929). U idućih tisuću godina nitko nije došao do točnije aproksimacije! (Na žalost, ova aproksimacija dugo nije ni bila poznata izvan Kine!)

π u Indiji

Ako je a stranica pravilnog n-terokuta upisanog u kružnicu promjera 1, a b stranica u tu kružnicu upisanog pravilnog $2n$-terokuta, tada vrijedi

$$b = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - a^2}}.$$

U Indiji je oko 530. godine veliki matematičar Aryabhatta, rabeći gornju formulu i računajući opseg poligona s 384 stranice, procijenio π na $\sqrt{9.8684}$. Kad je rezultat trebalo objaviti, učinio je to aproksimirajući dobiveni korijen stihovima: "Dodaj 4 broju 100, pomnoži s 8 i dodaj 62000. To je približno opseg kruga promjera 20000." Podijelite li 62832 sa 20000, dobivate 3.1416, što je čak točnije od samog rezultata!

I najpoznatiji indijski matematičar iz sedmog stoljeća, Brahmagupta, bavio se tajanstvenim omjerom. Računajući opsege upisanih poligona sa 12, 24, 48 i 96 stranica, redom je dobivao $\sqrt{9.65}$, $\sqrt{9.81}$, $\sqrt{9.86}$ i $\sqrt{9.87}$, a onda brzopleto i posve pogrešno zaključio kako se približavanjem poligona krugu, opsezi (odnosno broj π) približavaju broju $\sqrt{10}$. Upravo ta vrijednost kasnije se iz Indije proširila u Europu i rabila se u matematici kroz cijeli srednji vijek.

Dugo dugo ništa, a onda...

Prvo tisućljeće, u Europi obilježeno "mračnim" srednjim vijekom, padom Rimskog carstva i buđenjem ranog kršćanstva, doba je vjerskih ratova i netolerancije koje guši i najmanji pokušaj razvoja znanosti. No, znanost svoje plodno tlo tada pronalazi u arapskom svijetu.

Arapi su kroz svoje osvajačke pohode naslijedili zapise starih Grka, Židova i Indijaca. Tako je arapski matematičar Abu Abd-Alah ibn Musa Al'Khwarizmi u svojim radovima rabio $3\frac{1}{7}$, $\sqrt{10}$ i $\frac{62832}{20000}$. Velika razlika je jedino u načinu zapisivanja brojeva, poznavanju nule i decimalne točke. Krajem prvog tisućljeća arapsko učenje se širi na zapad i Europljani preuzimaju arapske brojke, nulu i decimalni zapis te snabdjeveni novim "oružjem" kreću u nove osvajačke pohode na znanost.

Početkom 13. stoljeća u Italiji djeluje Leonardo iz Pise, poznatiji kao Fibonacci. Osim što je zapravo uveo arapske brojke i nulu i bavio se proučavanjem dobro poznatog niza brojeva, 1220. godine procjenjuje da je

$$\pi \approx \frac{1440}{458\frac{1}{3}} = \frac{864}{275} \approx 3.141818.$$

... utakmica počinje

Veći napredak u računanju broja π nije učinjen sve do 16. stoljeća kad je živio i djelovao francuski matematičar, pravnik po struci, François Viète. On je, rabeći Arhimedovu metodu računanja opsega upisanih i opisanih poligona, dobio ovu ocjenu:

$$3.1415926535 < \pi < 3.1415926537.$$

Kako bi dobio taj rezultat, 16 puta je udvostručavao broj stranica pravilnog šesterokuta, i na kraju računao opsege poligona sa 393 216 stranica!

Iako je to do tada najbolja aproksimacija broja π, Vièteov veći doprinos je pokušaj prikazivanja broja π kao beskonačnog produkta:

$$\frac{2}{\pi}=\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\cdots.$$

Na žalost, formula se pokazala kao vrlo nepraktična.

Loptu hvataju Nizozemci, ...

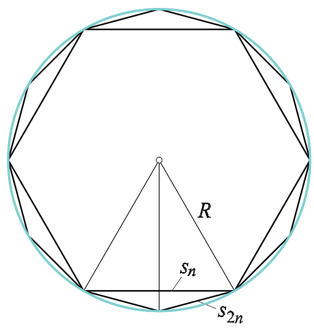
1593. godine Nizozemac A. Romanus računa π na 15 decimala, no matematičar koji je svoj život posvetio pronalaženju što većeg broja decimala bio je Ludolf van Ceulen. Izračunavajući π Arhimedovom metodom, rabio je poligone s više od 32 milijarde stranica $(60\cdot 2^{29})$. Kad je 1610. godine umro, legenda kaže da su mu na nadgrobnu ploču uklesali broj π sa 35 decimalnih znamenki. Zadivljujuće, no njegov rekord bio je kratkoga vijeka.

Samo 10 godina nakon van Ceulenove smrti došlo je do prave revolucije u računanju broja π. Metoda iscrpljivanja iziskivala je previše mukotrpnog množenja, dijeljenja, korjenovanja i rada s poligonima od milijardu stranica i nije bila nimalo privlačna. Trebalo je pronaći bolju metodu.

1621. godine Nizozemac Willebrod Snell pronalazi pametniji i lakši način. On popravlja Arhimedovu metodu i već sa pravilnim šesterokutima dobiva da je π između 3.14022 i 3.14160, što je točnija ocjena nego Arhimedova dobivena s upisanim i opisanim 96-terokutom! Snell je s 96-terokutom pronašao π na 6 decimala, a uz malo napora ubrzo dobiva i van Ceulenovih 35. No umire ne dokazavši svoje teoreme. To uspijeva 1654. godine mladi Christian Huygens. On čak i popravlja metodu tako da već s trokutom dobiva Arhimedovu preciznost, a sa šesterokutom čak 9 znamenki:

$$3.1415926533 < \pi < 3.1415926538.$$

Snell i Huygens posljednji su matematičari koji su rabili Arhimedovu ideju računanja broja π.



Neka je s_n stranica n-terokuta upisanog u krug polumjera R. Stavimo li $x_n=\frac{s_n}{R}$, vrijedi rekurzivna formula:

$$x_{2n}=\sqrt{2-\sqrt{4-x_n^2}}.$$

Pomoću ove formule računale su se prve precizne vrijednosti broja π:

$$\pi\approx\frac{ns_n}{2R}=\frac{n}{2}\cdot x_n.$$

. . . preuzimaju Englezi, . . .

John Wallis, engleski matematičar i kriptograf, pokušao je problem računanja sad već slavnog omjera riješiti na sasvim drukčiji način: aproksimirajući površinu četvrtine kruga površinama beskonačno malih pravokutnika! 1655. godine otkriva formulu koja danas nosi njegovo ime:

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2\cdot 2\cdot 4\cdot 4\cdot 6\cdot 6\cdot 8\cdots}{1\cdot 3\cdot 3\cdot 5\cdot 5\cdot 7\cdot 7\cdots}.$$

Poput Vièteove, i ovo je formula beskonačnog produkta, no daleko elegantnija za računanje. Osim toga, ona konvergira alternirano broju π; prvi izraz je veći od π, drugi manji, treći veći itd.

1675. godine škotski matematičar James Gregory pronalazi elegantni razvoj funkcije arkus tangens u red:

$$\boxed{\operatorname{arc\,tg} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11} + \ldots}$$

i od tada nadalje, π će se računati isključivo uz pomoć ove funkcije. Istu formulu neovisno pronalazi i njemački matematičar G. W. Leibniz, a lako se može vidjeti kako iz nje proizlazi da je

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots.$$

Iako Gregory-Leibnizova formula očarava svojom jednostavnošću i elegancijom, njezinih 300 članova daje tek dvije točne decimale broja π!

Sada su matematičari imali zadatak pronaći red koji će imati što veću brzinu konvergencije ka broju π. Čuveni Isaac Newton (1642. – 1727.) pronalazi nekoliko formula za računanje broja π. Jedna od njih glasi ovako:

$$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3\cdot 2^3}\right) + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\left(\frac{1}{5\cdot 2^5}\right) + \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\left(\frac{1}{7\cdot 2^7}\right) + \ldots.$$

Već prva četiri člana daju 3.1416.

. . . gol zabija Leonard Euler, . . .

1699. Abraham Sharp pronalazi pomoću Gregory-Leibnizove formule 72 decimalne znamenke broja π, a 1706. godine John Machin računa 100 decimala pomoću formule

$$\frac{\pi}{4} = \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{5} - \operatorname{arc\,tg}\frac{1}{239}.$$

Francuz de Lagny 1719. godine računa 127 znamenki, a 75 godina kasnije slovenski matematičar Vega 140, otkrivši kako je de Lagny imao samo 112 ispravnih znamenki.

Sredinom 18. st. Leonard Euler, nakratko skreće pažnju na računanje broja π. Iako najpoznatiji po formuli $e^{ix} = \cos x + i\sin x$ te njezinom "specijalnom slučaju", formuli $e^{i\pi} + 1 = 0$, koja je odigrala važnu ulogu u dokazivanju iracionalnosti i transcedentnosti broja π, Euler pronalazi puno dobrih i brzih formula kojima je u stanju već za sat vremena pronaći 20 decimala. Evo nekih:

$$\frac{\pi}{4} = 5\operatorname{arc\,tg}\frac{1}{7} + 2\operatorname{arc\,tg}\frac{3}{79};$$

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots;$$

$$\frac{\pi^3}{32} = \frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \ldots.$$

. . . a tek je počelo!

Nakon što je 1761. godine Johann Heinrich Lambert dokazao da je π iracionalan broj, 1775. godine Euler tvrdi da je π transcedentan. Kako je Lambertov dokaz za neke bio nedovoljno jak, 1794. godine A. M. Legendre dokazuje iracionalnost broja π i broja π^2, a tek će 1882. godine Ferdinand von Lindemann dokazati njegovu transcedentnost.

U međuvremenu je uslijedio pravi lov na znamenke.

Godine 1837. J. F. Callet u Parizu računa 152 znamenke, a već 1841. W. Rutherford pomoću formule

$$\frac{\pi}{4} = 4 \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{5} - \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{70} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{99}$$

pronalazi najprije 208 znamenki, a šest godina kasnije i njih 440. W. Shanks ih računa 607, a zatim i 707. No njegov broj π bio je pogrešan od 527. mjesta nadalje, što je dokazao engleski matematičar Ferguson 72 godine kasnije. Ferguson je, rabeći formulu

$$\frac{\pi}{4} = 3 \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{4} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{20} + \operatorname{arc\,tg} \frac{1}{1985}$$

i računajući "ručno" godinu dana, dobio 530 znamenki. (Dakle, brzina računanja je iznosila u prosjeku jednu znamenku dnevno!) No, 1947. godine, pomaže mu mehaničko računalo, i rezultat je 808 znamenki. Samo godinu dana kasnije Smith i Wrench računaju i 1000. decimalu po redu. A onda na scenu nastupaju računala.

Više nisu bile važne samo formule, algoritmi i njihova brzina konvergencije ka točnoj vrijednosti broja π, već i brzina i preciznost računala na kojima su se vršila izračunavanja. U toj utrci prednjačili su Francuzi, Amerikanci i Japanci (baš čudno). Rezultati su se redali munjevitom brzinom, kao što možete vidjeti u tablici.

Što je meni ovo trebalo?!

Trenutni rekord, 206 milijardi znamenki, zaista je potvrda snage ljudskog uma i računala. Zašto ljudi to rade? Ni najstroži inženjer ne treba π s više od 7 decimala, fizičar više od 15 ili 20. Koja to sila tjera matematičare na računanje? Zar samo radi testiranja ispravnosti i preciznosti računala? U čemu je problem? U ove četiri tisuće godina civilizacije činilo se prirodnim kako ćemo mi, pametna božja stvorenja, biti u stanju izmjeriti "obični" krug kao što mjerimo kvadrat ili čak trokut. Razumljiva je ljudska želja za istraživanjem i dohvaćanjem nedohvatljivog, ali koliko duboko u detalje treba ići prije nego počnemo zaista cijeniti savršenstvo jednog broja.

Mali zeleni!?

A jeste li se ikada upitali, što je to unutar broja π? Krije li se u njegovim znamenkama kakva božanska poruka? Krije li niz znamenki kakvu šifriranu mudrost malih zelenih ili je on posve slučajan?

KADA	*TKO*	*BROJ ZNAMENKI*	*VRIJEME*
1949.	*ENIAC*	*2037*	*70 sati*
1955.	*NORC*	*3089*	*13 minuta*
1959.	*IBM704 Paris*	*16167*	
1961.	*Shanks, Wrench i IBM7090*	*100200*	*8.72 sata*
1966.	*IBM7030*	*250000*	
1967.	*CDC6600*	*500000*	
1973.	*Guillod, Bouyer i CDC7600*	*1 milijun*	*23.3 sata*
1983.	*Tamura, Kanada i HITAC M-280H*	*16 milijuna*	*30 sati*
1988.	*Kanada i Hitachi S-820*	*201 326 000*	*6 sati*
1989.	*braća Chudnovsky*	*480 milijuna*	
	Kanada	*536 milijuna*	
	braća Chudnovsky	*1 milijarda*	
1995.	*Kanada*	*6 milijardi*	
1996.	*braća Chudnovsky*	*preko 8 milijardi*	
1997.	*Kanada i Takahashi*	*51.5 milijardi*	*29 sati*
1999.	*Kanada, Takahashi*	*206 158 430 000*	*37 h i 21 min.*

U 19. stoljeću A. de Morgan zadubio se u prvih 600 znamenki i primijetio kako ima manje sedmica od ostalih znamenki. Jesu li krugovi 7-fobični? Ne, naravno. Ispitujete li 51 milijardu znamenki, čini se da nema razlike u pojavljivanju pojedinih. Ipak, ima 17176 petica više od ostalih!

Evo još jedne zanimljivosti koju krije broj π. Znamo da krug zatvara kut od 360°. Na 359., 360. i 361. mjestu u zapisu broja π stoje upravo znamenke 3, 6 i 0!

Zanima li vas pak nalazi li se negdje među znamenkama broja π vaš JMBG ili možda vaš broj telefona, otvorite na internetu web stranicu `www.joyofpi.com`, na kojoj ćete, uz ostale zanimljivosti, i to moći provjeriti. ELEMENTOV broj telefona 3777737, na primjer, pojavljuje se u broju π samo jedanput u prvih 10 milijuna znamenki i nalazi se na 2 639 987. mjestu!

A kako stojite s pamćenjem?

Ako vam priča o broju π već pomalo ide na živce, još samo jedno pitanje! Prvo, koliko decimalnih znamenki broja π znate napamet?

Što se mene tiče, pamtim samo pokoji broj telefona, sve češće se pitam gdje su mi ključevi, a za broj nečijeg mobitela treba mi stručna pomoć adresara. Stoga, svaka čast onima koji su se brojem π pozabavili pronalazeći smisao u njegovim brojkama i testirajući svoje moždane vijuge!

Alexander Craig Aitken, profesor iz Edinburgha, znao je π na 1000 decimala, Simon Plouffe je do prije 25 godina držao svjetski rekord s 4096 znamenki, a 1983. Rajan Mahadevan obara taj rekord recitirajući 31811 znamenki. No sva trojica mogu držati svijeću 23-godišnjem mladiću Hiroyukiu Gotou koji je 1995. godine proveo 9 sati rectirajući napamet 42000 znamenki!

Naravno, svi su oni koristili razne tehnike pamćenja, takozvane mnemotehničke trikove. Jedna od zanimljivijih metoda je smišljanje rečenica u kojima duljina pojedine riječi odgovara pojedinoj znamenci broja π. Tako postoje rečenice i pjesmice na nizozemskom, engleskom, francuskom, grčkom, talijanskom, španjolskom i švedskom. Znate li engleski, najjednostavnija je rečenica: "How I wish I could calculate pi", a možda vam se više svidi: "How I like a drink, alcoholic of course, after the heavy lectures involving quantum mechanics."

Pa, ako ne uz kavu, možda se uz pokoje piće u vama probudi pjesnička duša, možda smislite pjesmicu ili priču za pamćenje broja π i na hrvatskom!

Simbol π

π je šesnaesto slovo grčke abecede ($16 = 4^2$). U engleskoj abecedi, "p" je također šesnaesto slovo, a "i" je deveto slovo ($9 = 3^2$). Zbrojite li ih ($16 + 9$), dobijete 25 (5^2). Pomnožite li ih ($16 \cdot 9$), dobijete 144 (12^2). Podijelite li 9 sa 16, dobijete 0.5625 (0.75^2). Zanimljivo, zar ne?

Slavni omjer opsega i promjera kruga svoju prvu oznaku dobio je tek 1689. godine. Bilo je to slovo e! Grčko slovo π koristilo se za označavanje raznih matematičkih pojmova, npr. opsega kruga, a matematičar William Jones 1706. godine prvi puta ga koristi kao oznaku za "kružni omjer". No njegov utjecaj nije bio dovoljno jak da bi je prihvatili i ostali matematičari.

1734. godine u svojim radovima Leonard Euler π označava s "p", a $\frac{\pi}{2}$ s "q". Nikolaus Bernoulli koristi oznaku "c", no godinu dana kasnije prelazi na π. 1748. godine, kad Euler objavljuje Introductio in analysin infinitorum, današnja oznaka postaje općeprihvaćena.