

Istraživanja i projekti u matematici

Sanja Janeš, Čabar



Kad se raspravlja o školskoj matematici, učenici govore da im je teška, nerazumljiva te da im ionako neće trebati. Tu njihovu zabluđu moramo razriješiti mi učitelji. Pitanje je kako.

Matematika je vrlo samozatajno područje. Može živjeti sama za sebe, a opet je dobar pomoćnik svima. Zato je idealno nastavno područje za provođenje projekata.

Ne može se zamisliti niti jedno područje života, a da u njemu nema matematike. Pitanje je kako formulirati problem da bude interesantan i izazovan. Naravno, sve na ovom svijetu možemo iskomplicirati tako da rješavanje bude mukotrpno i obeshrabrujuće. Ako znamo da to ne želimo, jasno je kako projekte treba osmišljavati i sastavljati.

Izrada projekta sadrži sljedeće korake:

- 1. Odabir područja.** To može biti nešto iz svakodnevice (npr. bojenje sobe) ili vezano uz neko drugo nastavno područje (npr. biologija).
- 2. Odabir teme.** Tema ne smije biti preširoka. Prevelika širina dovest će do toga da ćemo se izgubiti. Tema mora biti specijalizirana kako bismo lakše odredili ciljeve i zadatke provođenja projekta. Preporučljivo je temu raščlaniti na podteme.
- 3. Odabiranje skupine učenika** s kojima ćemo projekt provesti. Ne treba se ograničavati samo na učenike s odličnom i vrlo dobrom ocjenom iz matematike, jer i dobar učenik može odlično surađivati. Time ga možemo motivirati da se još više trudi. Pitanje je samo kako dobro raščlaniti zadatke u projektu i prilagoditi ih svakom učeniku. Zapravo je najvažnije odabrati učenike za koje znamo da će se truditi i obaviti posao najbolje što mogu, a na učitelju je da svakom sudioniku pronađe ili osmisli prilagođen zadatak.

- 4. Formiranje zadataka.** Zadaci moraju biti osmišljeni tako da ih učenik kojem su namijenjeni, uz prethodnu analizu s učiteljem, može samostalno riješiti. Prikupljanje podataka potrebnih za rješavanje zadataka učenikov je zadatak. Učitelj ih treba uskladiti s podacima koje je on sam prikupio pri osmišljavanju zadataka.

Najvažniji dio procesa izrade projekta jest rješavanje postavljenih zadataka. To moraju biti zadaci u kojima rješenje ili put do njega nije odmah vidljiv. Dakle, analiza zadatka provodi se raspravom, a samo rješavanje i zaključak izvodi učenik. U zadacima može biti gradivo kojim učenici već vladaju ili nadogradnja već postojećeg gradiva. Nadogradnja gradiva dolazi će u obzir u radu s učenikom koji dobro vlada matematičkim gradivom i ima dobru matematičku logiku. Poželjno je kod rješavanja postavljenih problema postaviti hipoteze koje računskom analizom potvrđujemo ili opovrgavamo te na kraju iznosimo zaključak. Ovom slobodom u sastavljanju gradiva dobivamo raznolikost učenika koji mogu sudjelovati u projektu. Kad se rješenja zadataka zajednički analiziraju da bi se stopili u smislenu cjelinu, učenici uviđaju raznolikosti pristupa koji su lako ostvarivi u matematici i više je ne doživljavaju kao nemoguću i tešku. Ovo je još jedan način da učeniku približimo matematiku.

- 5. Analiza učenjenog.** Najvažniji dio projekta koji se odvija unutar zatvorene projektne skupine jest analiza učenjenog. Tu se ideje, rješenja i objašnjenja moraju stopiti u jednu širu smislenu cjelinu. Slaže se mozaik. Taj mozaik ne mora biti identičan onom koji je učitelj zamislio kad je osmišljavao projekt. Ako dođe do nepodudaranja, znači da je došlo do kreativnog izboja od strane grupe učenika, a to je najbolja stvar koja se može dogoditi.

Krajnji cilj projekta nije dobivanje spektakularnih rezultata, nego izazivanje učenikove kreativnosti, davanje slobode i samostalnosti,

pružanje osjećaja da zna i može, da suradnički uči, da mu matematika postane bliža i draža.

Ovim načinom rada dobivaju i učenici i učitelji. Učitelj pridobiva učenika za sebe kao osobu i kao učitelja matematike, a učenik predmetu pristupa kao nečemu što mu pruža zabavu. Motivira učenike da se i u redovitoj nastavi više trude i više sudjeluju u nastavnom satu.

- 6. Oblikovanje i priprema projekta za prezentaciju.** U ovom koraku projekt se završno oblikuje. Naglasak je opet na samostalnosti, inicijativi i kreativnosti samih učenika. Tu ih poučavamo kako odabrati najvažnije trenutke u projektu te kako ih zanimljivo prezentirati.

Oblikovanje se može izvesti u obliku plakata, kompjutorske prezentacije, filma, kviza i sl.

Uvijek je bitno učenike uputiti na jezičnu i gramatičku ispravnost učinjenog, a to znači da u svakom projektu mora postojati korelacija s hrvatskim jezikom.

- 7. Prezentacija.** Bez prezentacije projekt nije cjelovit. Važno je učenike naučiti da ono što nije objavljeno, napisano ili rečeno neće postojati ni za koga osim za njih. Prezentacija zahtijeva dobro pripremljeno izlaganje, a razvija govorničku vještinu. Oslobađa nas treme i čini ponosnim jer smo nešto dobro napravili.
- 8. Vrednovanje.** Veliko je zadovoljstvo provesti ideju do ostvarenja. Pitanje vrednovanja u ovom slučaju svodi se na nagrađivanje. Mali broj sudionika u projektu osigurava veliki stupanj individualizacije pa točno znamo koliki je čiji doprinos.

Donosim primjer projekta koji je osvojio prvo mjesto na natječaju Društva matematičara i fizičara iz Rijeke (raspisan u povodu Festivala znanosti koji se održavao u Rijeci od 20. do 25. travnja 2009. godine).

Naslov natječaja bio je "Evolucija — tu je i matematika". Time je ujedno određeno područje bavljenja projekta — biologija i geografija.

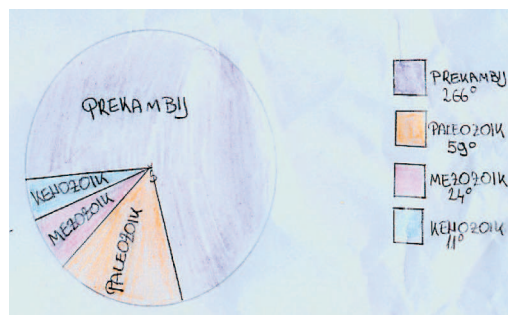
Analizirajmo korake izrade projekta na ovom primjeru.

1. Područje – evolucija;
2. Odabrana tema je čovjek u evoluciji pa je i projekt dobio ime "Čovjek i evolucija".
Obradili smo sljedeće podteme:
 - Zemlja i geološka razdoblja,
 - Naši preci i kada su se pojavili,
 - Kakvi su bili naši preci?,
 - Ljudske rase i zlatni rez,
 - Stablo nasljeđivanja u obitelji;
3. Zbog odabira područja u projektu su sudjelovala tri učenika. Eleonora Pišćević, 7. razred, Dorotea Rajšel, 7. razred, Goran Poje, 8. razred, Mentor: Sanja Janeš, prof. mat.

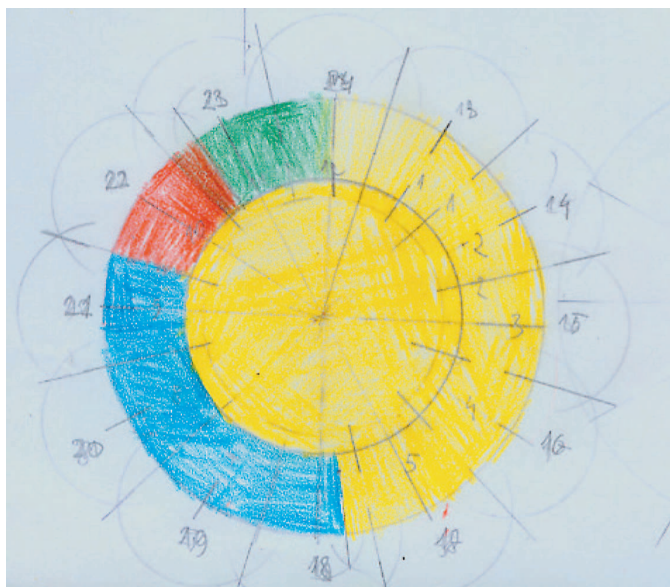
4. Zadaci

- a. Saznaj koja su geološka razdoblja Zemlje. Prikaži trajanje geoloških doba i na brojevnom pravcu.
- b. Prikaži duljinu trajanja geoloških razdoblja pomoću kružnog dijagrama relativne frekvencije.
- c. Zanimljiva je proporcionalnost trajanja geoloških doba s obzirom na 24 sata – jedan dan. Napravi potrebne izračune i crtežom ih prikaži.
- d. Izračunaj udio čovjekova života u životu Zemlje.
- e. Na prikazima raznih fizionomija ljudskih rasa prouči zlatni rez (na omjeru udaljenosti zjenica i duljine nosa). Izračune napravi u Sketchpadu. Analiziraj dobivene rezultate i izvedi zaključak.
- f. Napravi graf frekvencija omjera na licima ljudi raznih rasa.

- g. Napravi stablo nasljeđivanja u svojoj obitelji ulazeći što više možeš u prošlost. Izračunaj koliko je predaka unazad 200 godina genetski prisutno u tebi.
5. i 6. Analiza učinjenog vidljiva je na prezentaciji i nemoguće ju je u cijelosti prikazati. Evo samo nekoliko slikovnih prikaza.



Slika 1. Prikaz duljine trajanja geoloških razdoblja pomoću kružnog dijagrama relativne frekvencije.

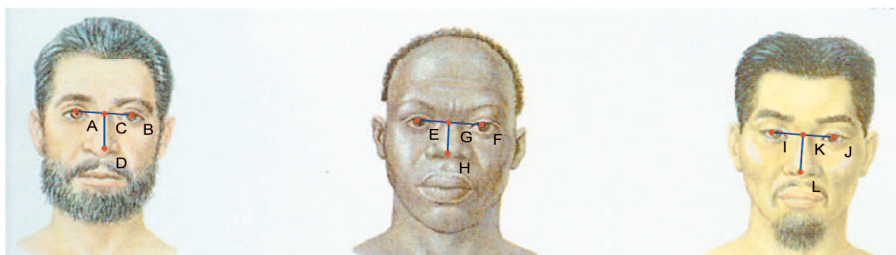


Slika 2. Prikaz proporcionalnosti trajanja geoloških razdoblja s obzirom na 24 sata.

$$\begin{aligned} m \overline{AB} &= 1,09 \text{ cm} \\ m \overline{CD} &= 0,76 \text{ cm} \\ \frac{m \overline{CD}}{m \overline{AB}} &= 0,70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \overline{EF} &= 1,25 \text{ cm} \\ m \overline{GH} &= 0,66 \text{ cm} \\ \frac{m \overline{GH}}{m \overline{EF}} &= 0,53 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m \overline{IJ} &= 1,20 \text{ cm} \\ m \overline{KL} &= 0,79 \text{ cm} \\ \frac{m \overline{KL}}{m \overline{IJ}} &= 0,66 \end{aligned}$$



$$\frac{\frac{m \overline{CD}}{m \overline{AB}} + \frac{m \overline{GH}}{m \overline{EF}} + \frac{m \overline{KL}}{m \overline{IJ}}}{3} = 0,63$$

Slika 3. Proučavanje i izračun omjera na raznim fizionomijama ljudskih rasa.

7. Presentacija projekta održana je 22. travnja 2009. u Rijeci na dodjeli nagrada.
8. Učenici su bili zadovoljni i učinjenim i nagradama.

Sad ćemo nabrojiti što smo sve iz matematike koristili u ovom projektu

1. *Kut* — izračun, crtanje, mjerenje;
2. *Krug* — kružni isječak;
3. *Postotak*;
4. *Koordinatni sustav*;

5. *Obrada i analiza podataka* — frekvencija, relativna frekvencija, aritmetička sredina, grafovi frekvencije i relativne frekvencije, odstupanja;
6. *Procjena*;
7. *Brojevni pravac*;
8. *Omjer i razmjer*;
9. *Proporcionalnost*;
10. *Potencije* — s bazom 10 i 2, računanje s potencijama;
11. *Sketchpad*.

Zamijenite simbol odgovarajućom znamenkom!

$$\begin{array}{ccccccc} \text{☀} & \text{☀} & \cdot & \text{☀} & = & \text{☀} & \text{☀} & \text{☀} \\ & & & & & & & \\ & & + & & & & & \\ & \text{☀} & \text{☀} & - & \text{☀} & \text{☀} & = & \text{☀} \\ & & & & & & & \\ \hline \text{☀} & \text{☀} & \text{☀} & + & \text{☀} & \text{☀} & = & \text{☀} & \text{☀} & \text{☀} \end{array}$$